

Segmentation d'images multispectrales par arbre de Markov caché flou

Pierre LANCHANTIN¹, Fabien SALZENSTEIN²

¹GET/INT, Département CITI, UMR-CNRS 5157,
9, rue Charles Fourier, 91011 Evry Cedex, France

²Laboratoire Iness, UPR CNRS 292
23, rue du Loess - BP 20 CR - F-67037 Strasbourg Cedex 2

Pierre.lanchantin@int-evry.fr, Fabien.Salzenstein@iness.c-strasbourg.fr

Résumé – Nous définissons un nouvel outil de segmentation statistique non supervisée, basé sur un modèle d'arbre de Markov caché flou. Notre modèle flou combine l'incertitude probabiliste des données observées avec les classes thématiques discrètes et continues qui représentent l'imprécision des données cachées. La technique de segmentation bayésienne mise en oeuvre correspond au critère MPM (Mode of Posterior Marginals). Notre approche permet d'une part le traitement d'objets contenant des structures diffuses comme c'est le cas en imagerie astronomique et d'autre part la prise en compte de données multi-bandes observées à différents niveaux de résolution et issues de capteurs corrélés. Nous validons notre modèle sur des images de synthèse et des images réelles multispectrales.

Abstract – A new hidden fuzzy Markov tree model is developed in an unsupervised way. Our fuzzy scheme combines the uncertainty of probabilities which models the observed data with discrete and continuous thematic classes which models the imprecision of the hidden data. Segmentation task is processed with Bayesian tools, such as the MPM (Mode of Posterior Marginals) criterion. Indeed, such fuzzy-based procedures seem to be a good answer for astronomical observations when patterns own diffuse structures and multiscale observations under dependence assumption. To validate our model, we perform the segmentation on synthetic images and raw multispectral data.

1 Introduction

Nous nous intéressons à de nouvelles approches d'analyse d'images basées sur la segmentation statistique et permettant l'identification de grands ensembles de données adaptées aux caractéristiques de l'imagerie astronomique. Ces objets sont généralement multirésolutions et multispectraux. Pour rendre compte de la complexité de l'information réelle et notamment de structures diffuses (nuages de Cirrus par exemple), les méthodes de segmentation floues représentent une alternative aux techniques classiques. Les pixels y sont indexés au moyen d'ensembles discrets (classes thématiques homogènes) et/ou continus (régions intermédiaires). Ce type de classification, basé sur la théorie des ensembles flous [1], fait correspondre à chaque pixel son degré d'appartenance aux régions thématiques. L'utilisation du "fbu" permet de modéliser l'imprécision des données cachées ou "vérité-terrain", tandis que les "probabilités" rendent compte de l'incertitude sur la classification des pixels [2].

Nous proposons d'enrichir ce modèle au moyen des arbres de Markov [3]. La segmentation floue a fait appel à des techniques basées sur les champs [4, 5, 6], puis récemment sur les chaînes de Markov [7, 8]. Or, l'approche par arbres satisfait au caractère intrinsèquement multirésolution des images astronomiques, et permet une grande flexibilité quant au type de données traitées (observations manquantes dans certaines régions de l'image par exemple). Par ailleurs nous traitons des données sous l'hypothèse de corrélation spectrales entre les bandes selon le modèle défini dans [9]. Les paramètres (lois d'attaches aux données supposées gaussiennes et paramètres de

la distribution a priori) sont estimés au moyen de l'algorithme EM. L'étape de décision finale met en jeu le critère MPM [10] adapté au contexte du fbu.

Nous présentons dans un premier temps le modèle d'arbre de Markov caché fbu. Puis, nous détaillons la procédure d'estimation bayésienne du processus caché ainsi que l'algorithme d'estimation de type EM des paramètres. Enfin nous proposons deux expérimentations, l'une étant basée sur une image trispectrale le processus caché est un champ de Markov fbu et l'autre étant basée sur une jeu d'images astronomiques réelles dans le domaine de l'infrarouge.

2 Arbre de Markov flou

2.1 Loi du processus caché

Considérons un modèle à deux classes dures, notées "0" et "1". Une telle hypothèse est réaliste dans le contexte de l'imagerie astronomique s'il s'agit de détecter un objet à partir d'un fond homogène. Chaque site peut être alors défini sur l'intervalle $[0, 1]$. Soit S un ensemble fini d'indices et S^1, \dots, S^n une partition de S . Posons $N = \text{Card}(S)$ et, pour $1 \leq i \leq n$, $N^i = \text{Card}(S^i)$. Supposons que $N^1 = 1 \leq N^2 \leq \dots \leq N^n$ et pour $1 \leq i \leq n-1$, associons à chaque $s \in S^i$ un sous-ensemble s^+ de S^{i+1} , appelé "enfants de s ", de manière à ce que $(s^+)_{s \in S^i}$ soit une partition de S^{i+1} . L'unique élément de S^1 est appelé "racine". Par ailleurs, s^{++} désignera l'ensemble des descendants de s et pour tout $s \in S - S^1$, son unique "père" sera noté s^- .

Soit $X = (X_s)_{s \in S}$ un processus aléatoire à valeur dans

$[0, 1]^N$. La loi de X_s est définie par une densité h_s selon la mesure $\nu = \delta_0 + \delta_1 + \mu$. Les masses de Dirac δ_0 , δ_1 et la mesure de Lebesgue μ sur $]0, 1[$, représentent respectivement l'information dure et l'information fbue [11]. La condition de normalisation implique: $h_s(0) + h_s(1) + \int_0^1 h_s(t)dt = 1$. La loi de X est définie par la loi initiale $h(x)$ et par la densité de transition $f(x_s|x_{s-})$:

$$\pi(x) = h_s(x_1) \prod_{i=2}^n \prod_{s \in S^i} f(x_s|x_{s-}) \quad (1)$$

2.2 Loi d'observation multispectrale

Soit une réalisation $\mathbf{y} = (y_s^{(1)}, y_s^{(2)}, \dots, y_s^{(D)})_{s \in S}$ du vecteur aléatoire $\mathbf{Y} = (Y_s^{(1)}, Y_s^{(2)}, \dots, Y_s^{(D)})_{s \in S}$. La variable \mathbf{Y} représente l'observation d'une scène unique par D capteurs. Conditionnellement aux états x_s , les observations sont supposées spatialement indépendantes mais spectralement corrélées. La distribution de $\mathbf{y}_s = (y_s^{(1)}, y_s^{(2)}, \dots, y_s^{(D)})$ conditionnellement à x_s est modélisée par une densité gaussienne multivariée

$$f_{x_s}(\mathbf{y}_s) = \frac{1}{(2\pi)^{D/2} (\det \mathbf{\Gamma}_{x_s})^{1/2}} \cdot e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{y}_s - \mu_{x_s})^T \mathbf{\Gamma}_{x_s}^{-1} (\mathbf{y}_s - \mu_{x_s})} \quad (2)$$

où $\mu_{x_s} = [\mu_{x_s}^{(1)}, \mu_{x_s}^{(2)}, \dots, \mu_{x_s}^{(D)}]^T$ et $\mathbf{\Gamma}_{x_s} \in \mathbb{R}^D \times \mathbb{R}^D$ définissent respectivement le vecteur moyenne et la matrice de variance-covariance pour chaque état x_s .

Soient (μ_0, μ_1) et $(\mathbf{\Gamma}_0, \mathbf{\Gamma}_1)$ les vecteurs moyennes et les matrices de covariance relatifs aux classes dures "0" et "1". Nous proposons pour chaque site fbue x_s , le vecteur moyenne μ_{x_s} et la matrice $\mathbf{\Gamma}_{x_s}$ suivants [9]:

$$\mu_{x_s} = (1 - x_s)\mu_0 + x_s\mu_1 \quad , \quad \mathbf{\Gamma}_{x_s} = (1 - x_s)^2\mathbf{\Gamma}_0 + x_s^2\mathbf{\Gamma}_1$$

Finalement, la loi $f(x, \mathbf{y})$ du couple (X, \mathbf{Y}) s'écrit

$$f(x, \mathbf{y}) = h_s(x_1) f_{x_1}(\mathbf{y}_1) \prod_{i=2}^n \prod_{s \in S^i} f(x_s|x_{s-}) f_{x_s}(\mathbf{y}_s) \quad (3)$$

3 Estimation du processus caché

Étant donné une observation $\mathbf{Y} = \mathbf{y}$, on souhaite estimer une réalisation $x \in [0, 1]^N$. Le processus de décision finale, fondée sur une stratégie bayésienne utilise le critère MPM [10]. Étant donnée une fonction de perte $L^* : [0, 1]^S \times [0, 1]^S \rightarrow \mathbb{R}^+$ et un ensemble d'observations $\mathbf{Y} = \mathbf{y}$, la décision $\hat{d}(\mathbf{Y})$ minimise l'espérance $E[L^*(X, \hat{d}(\mathbf{Y}))]$. Le critère MPM revient à minimiser $E[L^*(X_s, \hat{d}(\mathbf{Y}))]$ en chaque site s . Nous choisissons le coût "distance en valeur absolue": $L(x_s, \hat{x}_s) = |x_s - \hat{x}_s|$, qui présente deux avantages: performance en terme de robustesse (bruit, hyperparamètres) et compatibilité avec la fonction de perte, "0-1" de la segmentation dure. Pour une réalisation $\mathbf{Y} = \mathbf{y}$ nous minimisons l'espérance conditionnelle:

$$E[L(X_s, \hat{d}(\mathbf{Y})) | \mathbf{Y} = \mathbf{y}] \quad (4)$$

Le calcul de (4) nécessite la distribution a posteriori $h_s^{\mathbf{Y}}$ en X_s :

$$E[L(X_s, \hat{d}(\mathbf{Y})) | \mathbf{Y} = \mathbf{y}] = h_s^{\mathbf{Y}}(0) \cdot L(0, \hat{d}(\mathbf{y})) + h_s^{\mathbf{Y}}(1) L(1, \hat{d}(\mathbf{y})) + \int_{t \in]0, 1[} h_s^{\mathbf{Y}}(t) L(t, \hat{d}(\mathbf{y})) dt \quad (5)$$

La décision $\hat{d}(\mathbf{y}) \in [0, 1]$ en chaque site est celle qui minimise (5). Nous devons donc calculer au préalable les densités $h_s^{\mathbf{Y}}(x_s)$. Pour cela, les transitions $f^{\mathbf{Y}}(x_s|x_{s-})$ sont d'abord calculées dans une passe montante sur l'arbre en fonction des probabilités backward $\beta(x_s) = f(\mathbf{y}_{s++}|x_s)$

$$f^{\mathbf{Y}}(x_s|x_{s-}) = \frac{f(x_s|x_{s-}) f_{x_s}(\mathbf{y}_s) \beta_s(x_s)}{\int_0^1 f(\omega_s|x_{s-}) f_{\omega_s}(\mathbf{y}_s) \beta_s(\omega_s) d\nu(\omega_s)} \quad (6)$$

ces dernières étant calculées récursivement en posant

$$\begin{aligned} \beta_s(x_s) &= 1 \text{ pour } s \in S^n \\ \beta_s(x_s) &= \prod_{t \in s^+} \left(\int_0^1 \beta_t(x_t) f(x_s|x_{s-}) f_{x_s}(\mathbf{y}_s) d\nu(x_s) \right) \\ &\text{pour } s \in S - S^n \end{aligned} \quad (7)$$

Pour $s = S^1$ (racine de l'arbre), la probabilité $h_1^{\mathbf{Y}}(x_1)$ est calculée à partir de $\beta_1(x_1)$.

$$h_1^{\mathbf{Y}}(x_1) = \frac{h_1(x_1) f_{x_1}(\mathbf{y}_1) \beta_1(x_1)}{\int_0^1 h_1(\omega_1) f_{\omega_1}(\mathbf{y}_1) \beta_1(\omega_1) d\nu(\omega_1)} \quad (8)$$

Les densités $f^{\mathbf{Y}}(x_s, x_{s-})$ sont alors calculées dans une passe descendante

$$f^{\mathbf{Y}}(x_s, x_{s-}) = h_{s-}(x_{s-}) f^{\mathbf{Y}}(x_s|x_{s-}) \quad (9)$$

On en déduit la valeur des marginales a posteriori $h_s^{\mathbf{Y}}(x_s)$ [12].

$$h_s^{\mathbf{Y}}(x_s) = \int_0^1 f^{\mathbf{Y}}(x_s, x_{s-}) d\nu(x_{s-}) \quad (10)$$

Par la suite, les intégrales ci-dessus sont calculées à partir de la discrétisation de l'intervalle $[0, 1]$ en M valeurs équidistantes: $\{\varepsilon_0 = 0, \varepsilon_1 = \frac{1}{M}, \dots, \varepsilon_i = \frac{i}{M}, \varepsilon_M = 1\}$

4 Estimation des paramètres

Nous proposons l'estimation des paramètres suivante. X est supposé stationnaire, sa loi donnée par $c_{ij} = f(x_s = j, x_{s-} = i)$ ne dépendant pas de s . L'estimation des paramètres est effectuée par un algorithme EM [12, 13] de la manière suivante

1. initialisation: $\theta^0 = (c_{ij}^0, \mu_k^0, \mathbf{\Gamma}_k^0)_{0 \leq i, j \leq 1, 0 \leq k \leq 1}$
2. pour tout $q \in \mathbb{N}^+$, θ^{q+1} est calculée à partir de \mathbf{y} et θ^q par

$$c_{ij}^{q+1} = \frac{1}{\sum_{i=2}^n N^i} \sum_{i=2}^n \sum_{s \in S^i} f^{\mathbf{Y}}(x_s, x_{s-}) \quad (11)$$

pour $k \in \{0, 1\}$ (classes dures): avec $A = \sum_{i=1}^n N^i$

$$\hat{\mu}_k^{q+1} = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^n \sum_{s \in S^i} h_s^{\mathbf{Y}}(k) \mathbf{y}_s$$

$$\hat{\mathbf{\Gamma}}_k^{q+1} = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^n \sum_{s \in S^i} h_s^{\mathbf{Y}}(k) \left(\mathbf{y}_s - \hat{\mu}_k^{q+1} \right) \left(\mathbf{y}_s - \hat{\mu}_k^{q+1} \right)^T$$

pour $k \in]0, 1[$ (classes fbues):

$$\hat{\mu}_k^{q+1} = (1 - k) \hat{\mu}_0^{q+1} + k \hat{\mu}_1^{q+1}$$

$$\hat{\mathbf{\Gamma}}_k^{q+1} = (1 - k)^2 \mathbf{\Gamma}_0^{q+1} + k^2 \mathbf{\Gamma}_1^{q+1} \quad (12)$$

5 Expérimentations

Nous avons testé notre algorithme sur une image trispectrale (Fig. 2(a)-(c)) dont la composante "vérité-terrain" est un champ de Markov fbue à 10 niveaux présenté Fig. 1. Les résultats de la

segmentation sont donnés Fig. 2(d). L’algorithme restitue correctement l’image d’origine avec un taux d’erreur de 4.58 %. Les paramètres des lois d’attache aux données estimés selon l’algorithme section 4 sont indiqués dans le tableau 2. L’information fbue est correctement restituée (44.96 % vs 53.96 %) et de ce point de vue, cette méthode donne de meilleurs résultats que l’approche multibandes par champ de Markov [9].

La Fig. 3(a)-(c) montre trois images qui se prêtent bien “visuellement” au modèle fbue. Ce sont des images astronomiques dans le domaine infrarouge à 60, 100 et 170 microns, observées à partir d’un niveau de résolution unique. Il s’agit de champs de haute altitude de notre galaxie pour lesquels on cherche à mesurer les fluctuations induites par la présence de galaxies extérieures à la voie lactée, non résolues dans le cadre d’une étude cosmologique. Des fluctuations, provoquées par la poussière interstellaire de notre galaxie, gênent l’observation. Cette poussière interstellaire (en bas à droite) possède une structure filamentaire que nous souhaitons mettre en évidence par une analyse fbue multibande. Le résultat d’une segmentation MPM sur 10 niveaux donne la structure en arbre multirésolution observée Fig. 3(d). Les paramètres des moyennes et variances obtenus pour chaque bande sont donnés tableau 3. Ces résultats montre également l’intérêt des méthodes par arbre, dans la mesure où il est possible de traiter des données dont l’observation manque dans certaines bandes, ou à certains niveaux de résolution. La méthode par arbre est également pertinente car elle permet d’étudier l’image pour certaines zones appartenant à la même classe (au lieu de toute l’image) et d’en extraire des paramètres cosmologiques par classes, dures ou fbues.

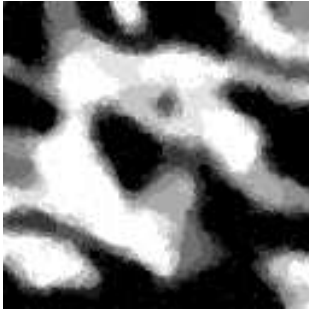


FIG. 1: *Image floue originale simulée par champ de Markov flous à 2 classes dures et 8 niveaux de flou. Le taux de flou est 53.96 %*

TAB. 1: : *Paramètres d’attache aux données de Fig. 2(a)-(c)*

$\hat{\mu}_0$	120	120	120
$\hat{\sigma}_0^2$	16	64	256
$\hat{\mu}_1$	146	146	146
$\hat{\sigma}_1^2$	16	64	256

TAB. 2: : *Paramètres estimés de Fig. 2*

$\hat{\mu}_0$	119.9	119.8	119.9
$\hat{\sigma}_0^2$	14.0	63.0	249.4
$\hat{\mu}_1$	146.0	145.9	145.8
$\hat{\sigma}_1^2$	13.8	64.0	244.0

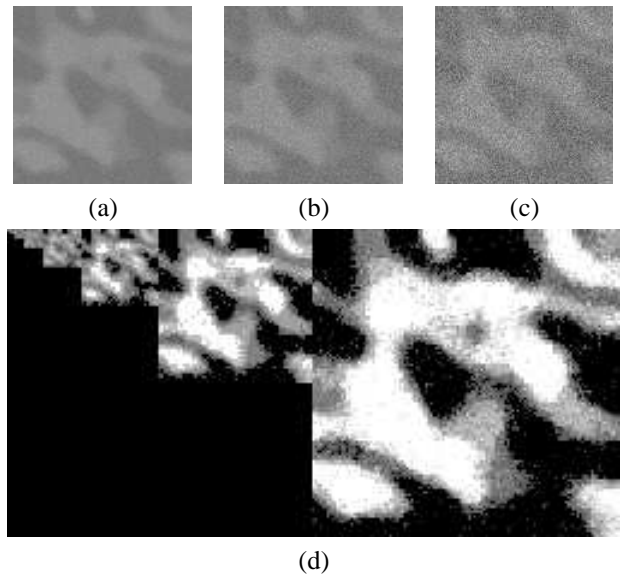


FIG. 2: *Segmentation de l’image de synthèse multispectrale par arbre de Markov caché flou. (a)-(c): les données multibandes; (d): résultats de la segmentation à 2 classes dures et 8 niveaux de flou. Taux de flou de l’image segmentée=44.61%, taux d’erreur=4.58%*

6 Conclusion

Au cours de cette étude, nous avons présenté la segmentation statistique non supervisée basée sur un nouveau modèle d’arbre de Markov fbue dans un cadre multispectral. Ce modèle s’appuie localement sur une densité de probabilité par rapport à la mesure constituée d’une composante continue et de composantes discrètes. Nous avons supposé les capteurs corrélés, en exprimant les lois du bruit par des gaussiennes multivariées dont les matrices des variances-covariances des classes fbues sont déduites linéairement des matrices de variances-covariances des classes dures. Les méthodes ont été testées sur des images de synthèse trispectrales puis appliquées à des données astronomiques. Notre approche par arbre de Markov multispectrale autorise une très grande flexibilité: elle est particulièrement adaptée aux données astronomiques multiéchelles et multibandes y compris lorsque des observations manquent à certains niveaux de résolution. Les premiers résultats encourageants montrent l’intérêt des méthodes non supervisées fbues dans le champ de l’astronomie, en restituant ainsi une gradation fbue entre les zones homogènes du ciel et permet de ne traiter qu’une région particulière de l’image. Nous envisageons d’enrichir le modèle en introduisant d’autres lois paramétriques [14] pour caractériser les observations.

Remerciements

Les auteurs remercient G. Lagache (Institut d’Astrophysique Spatiale d’Orsay) pour la fourniture des images astronomiques.

Références

- [1] L. Zadeh, “Fuzzy sets,” *Information and control*, vol. 8, pp. 338–352, 1965.

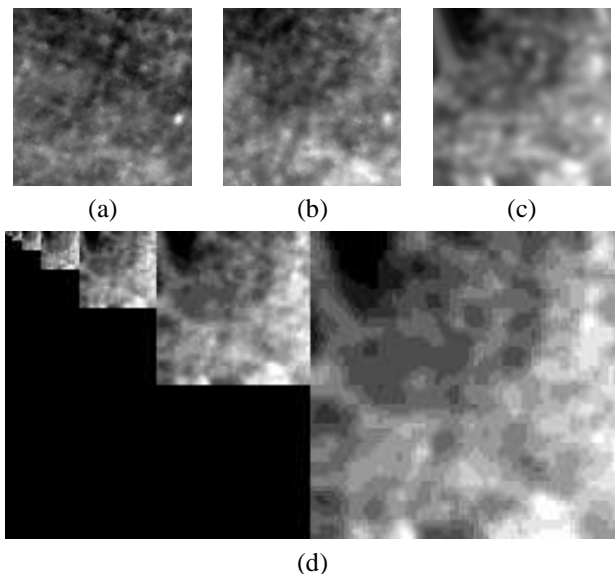


FIG. 3: Segmentation d'une image astronomique multispectrale par arbre de Markov caché flou. (a)-(c): les données multi-bandes; (d): résultats de la segmentation à 2 classes dures et 8 niveaux de flou.

TAB. 3: Paramètres estimés de Fig. 3(a)-(c)

$\hat{\mu}_0$	51.6	34.0	14.0
$\hat{\sigma}_0^2$	301.5	175.0	52.9
$\hat{\mu}_1$	132.8	198.0	225.4
$\hat{\sigma}_1^2$	1019.7	1420	297.6

- [2] M. H. Bloch I., "Fusion de données en traitement d'images : modèles d'informations et décisions," *Traitement du Signal*, vol. 11, no. 6, pp. 435–446, 1994.
- [3] M. Crouse, R. Novak, and R. Baraniuk, "Wavelet-based signal processing using hidden markov models," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 46, no. 4, pp. 886–902, 1998.
- [4] M. Kent J.T., "Spatial classification using fuzzy membership," *IEEE, Trans. On Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 10, no. 5, pp. 659–671, 1988.
- [5] F. Salzenstein and W. Pieczynski, "Parameter estimation in hidden fuzzy markovian fields and image segmentation," *Graphical Models and image processing*, vol. 59, no. 4, pp. 205–220, 1997.
- [6] S. Ruan, B. Moretti, J. Fadili, and D. Bloyet, "Fuzzy markovien segmentation in application of magnetic resonance images," *Computer Vision and Image Understanding*, vol. 85, pp. 54–69, 2002.
- [7] S. Chevalier, M. Kaynak, A. Cheok, K. Sengupta, and K. Chung, "Use of a novel generalized fuzzy hidden markov model for speech recongnition," in *Proceedings of the IEEE Fuzzy Systems Conference (FUZZ-IEEE 2001)*, vol. 3, pp. 1207–1220, dec. 2001.
- [8] C. Carincotte, S. Derrode, and J.-M. Boucher, "Chaînes de markov cachées fbues et segmentation non supervisée d'images," in *Logique Floue et Applications (LFA'04)*, (Nantes, France), 18-19 Novembre 2004.
- [9] F. Salzenstein, C. Collet, and M. Petremand, "Champs de Markov fbus pour imagerie multispectrale - fuzzy Markov random fields for multispectral images," *Traitement du Signal*, vol. 21, no. 1, pp. 37–55, 2004.
- [10] T. P. J. Marquin, S.Mitte, "Probabilistic solution of ill-posed problems in computational vision," *Journal of the american statistical association*, vol. 82, pp. 76–89, 1987.
- [11] H. Caillol, A. Hillion, and W. Pieczynski, "Fuzzy random Markov fields and unsupervised image segmentation," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, vol. 4, pp. 801–810, 1993.
- [12] J.-M. Laferté, P. Pérez, and F. Heitz, "Discrete Markov image modeling and inference on the quadtree," *IEEE Trans. on Image Processing*, vol. 9, no. 3, pp. 390 – 404, 2000.
- [13] G. McLachlan and T. Krishnan, *EM Algorithm and Extensions*. Wiley, 1997.
- [14] Y. Delignon, A. Marzouki, and W. Pieczynski, "Estimation of generalized mixtures and its application in image segmentation," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 6, no. 10, pp. 1364–1375, 1997.