

Modèles Triplets et Théorie de l'Evidence

Pierre Lanchantin

GET/INT, département CITI, CNRS UMR 5157
9, rue Charles Fourier, 91000 Evry, France



- 1 Segmentation bayésienne non supervisée
 - Principe de la segmentation et modélisation probabiliste
 - Estimation
- 2 Modélisation de la loi de Z
 - Calcul des marginales a posteriori
 - Indépendance et modèles de Markov
 - Expérimentations
- 3 Modèles Triplets
 - Principe
 - Extensions des modèles présentés
 - Expérimentations
- 4 Théorie de l'Evidence
 - Introduction et concepts
 - Généralisation de la règle de Bayes
 - Introduction de la dépendance spatiale
 - Expérimentations
- 5 Conclusions et Perspectives



- 1 Segmentation bayésienne non supervisée
 - Principe de la segmentation et modélisation probabiliste
 - Estimation
- 2 Modélisation de la loi de Z
 - Calcul des marginales a posteriori
 - Indépendance et modèles de Markov
 - Expérimentations
- 3 Modèles Triplets
 - Principe
 - Extensions des modèles présentés
 - Expérimentations
- 4 Théorie de l'Evidence
 - Introduction et concepts
 - Généralisation de la règle de Bayes
 - Introduction de la dépendance spatiale
 - Expérimentations
- 5 Conclusions et Perspectives



Représentation des signaux traités

Signal observé discrétisé sur une grille \mathcal{N} comprenant N sites

- Signal traité : $y = (y_n)_{n \in \mathcal{N}}$: ensemble des descripteurs (scalaires, vectoriels, matriciels) associés à chaque site $n \in \mathcal{N}$

Principe de la segmentation

Créer une partition du signal y observé en sous-ensembles appelés *régions* possédant certaines caractéristiques d'homogénéité.

- Signal segmenté : $x = (x_n)_{n \in \mathcal{N}}$: ensemble des labels associés à chaque sites $n \in \mathcal{N}$



Modélisation probabiliste

La segmentation peut être vue comme un problème inverse

- Nécessité de représenter les liens entre les phénomènes observé et caché
- Pas de liens déterministes \rightarrow approche statistique

Modélisation probabiliste

$Y = (Y_n)_{n \in \mathcal{N}}$: le p.a observé prenant ses valeurs dans \mathcal{Y}^N

$X = (X_n)_{n \in \mathcal{N}}$: le p.a caché prenant ses valeurs dans \mathcal{X}^N

- Liens statistiques modélisés par la loi de $Z = (X, Y)$

$$p(z|\phi) = p(x)p(y|x, \phi)$$

Segmentation statistique

$$Y = y \rightarrow \hat{x} = \hat{s}(y)$$

Stratégie Bayésienne

L'objectif fixé est formalisé par le choix d'une fonction de perte

$$L : \mathcal{X}^{2N} \rightarrow \mathbb{R}^+$$

La stratégie optimale $\hat{s}_B(y)$ relative à L est donnée par

$$\hat{s}_B(y) = \arg \min_{\hat{s}} \mathbb{E} \{L(\hat{s}(Y), X) | Y = y\}$$

Estimateur du mode des marginales a posteriori (MPM)

Objectif : minimiser le taux de sites mal classés : $\forall n \in \mathcal{N}$,

$$L_{0/1}(x_n, \hat{x}_n) = \mathbb{1}_{[x_n \neq \hat{x}_n]} \rightarrow (\hat{x}_n)_{MPM} = \arg \max_{\hat{x}_n} p(\hat{x}_n | y)$$

Estimation des paramètres

Loi de Z : $p(z|\phi) = p(x)p(y|x, \phi)$ ϕ inconnu \rightarrow estimation des paramètres nécessaire.

Espérance Maximisation (EM)

Maximisation itérative de la vraisemblance

$$\mathcal{L}_c(\phi) = \log p(x, y|\phi) = \mathcal{L}(y, \phi) + \log p(x|y, \phi)$$

- $\phi^{q+1} = \arg \max_{\phi} \mathbb{E}_{\phi^q} \{ \mathcal{L}_c(\phi) | y \}$

Estimation Conditionnelle Itérative (ECI)

- $\hat{\phi} = \hat{\phi}(X, Y)$ approché par $\mathbb{E}_{\phi} \{ \hat{\phi}(X, Y) | Y = y \}$

- $\phi^{q+1} = \mathbb{E}_{\phi^q} \{ \hat{\phi}(X, Y) | y \}$

- 1 Segmentation bayésienne non supervisée
 - Principe de la segmentation et modélisation probabiliste
 - Estimation
- 2 Modélisation de la loi de Z
 - Calcul des marginales a posteriori
 - Indépendance et modèles de Markov
 - Expérimentations
- 3 Modèles Triplets
 - Principe
 - Extensions des modèles présentés
 - Expérimentations
- 4 Théorie de l'Evidence
 - Introduction et concepts
 - Généralisation de la règle de Bayes
 - Introduction de la dépendance spatiale
 - Expérimentations
- 5 Conclusions et Perspectives



Calcul des noyaux de transitions a posteriori

- Loi de Z : $p(z) = p(z_1) \prod_{n=2}^N p(z_n | z_{1:n-1})$
- Loi *a posteriori* : $p(x|y) = p(x_1|y) \prod_{n=2}^N p(x_n | x_{1:n-1}, y)$
- Noyaux de transitions *a posteriori*
$$p(x_n | x_{1:n-1}, y) = p(z_n | z_{1:n-1}) \frac{\beta_n(z_{1:n})}{\beta_{n-1}(z_{1:n-1})}$$

$\beta_n(z_{1:n}) = p(y_{n+1:N} | z_{1:n})$ calculables récursivement $\forall n \in \mathcal{N}$

$$\beta_{n-1}(z_{1:n-1}) \propto \begin{cases} \sum_{x_n \in \mathcal{X}} p(z_n | z_{1:n-1}) & \text{si } n = N \\ \sum_{x_n \in \mathcal{X}} p(z_n | z_{1:n-1}) \beta_n(z_{1:n}) & \text{sinon} \end{cases}$$

- Noyaux de transitions *a posteriori* calculables récursivement par un parcours rétrograde du processus.



Algorithme de calcul des marginales *a posteriori*

◁ Passé arriére : pour $n = N \dots 2$

$$\beta_{n-1}(z_{1:n-1}) \propto \begin{cases} \sum_{x_n \in \mathcal{X}} p(z_n | z_{1:n-1}) & \text{si } n = N \\ \sum_{x_n \in \mathcal{X}} p(z_n | z_{1:n-1}) \beta_n(z_{1:n}) & \text{sinon} \end{cases}$$

$$p(x_n | x_{1:n-1}, y) \propto \begin{cases} p(z_n | z_{1:n-1}) & \text{si } n = N \\ p(z_n | z_{1:n-1}) \frac{\beta_n(z_{1:n})}{\beta_{n-1}(z_{1:n-1})} & \text{sinon} \end{cases}$$

Racine : $p(x_1 | y) \propto p(z_1) \beta_1(z_1)$

▷ Passé avant : pour $n = 2 \dots N$

$$p(x_{1:n} | y) = p(x_{1:n-1} | y) p(x_n | x_{1:n-1}, y)$$

$$p(x_n | y) = \sum_{x_{1:n-1} \in \mathcal{X}^{n-1}} p(x_{1:n} | y)$$



Hypothèses d'indépendance

$$p(z_n | z_{1:n-1}) = p(x_n | x_{1:n-1}) \frac{p(y_{1:n} | x_{1:n})}{p(y_{1:n-1} | x_{1:n-1})}$$

- Non calculable numériquement pour de grandes valeurs de N .
- → Introduction d'hypothèses d'indépendance conditionnelle

Indépendance conditionnelle

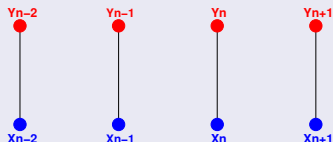
$$\forall (a, b, c) \in \mathcal{A} \times \mathcal{B} \times \mathcal{C}, \quad A \perp\!\!\!\perp B | C \Leftrightarrow p(a, b | c) = p(a | c)p(b | c)$$



Processus i.i.d

Hypothèse d'indépendance

$$Z_n \perp\!\!\!\perp Z_{\mathcal{N} \setminus n} \rightarrow p(z_n | z_{1:n-1}) = p(x_n)p(y_n | x_n)$$



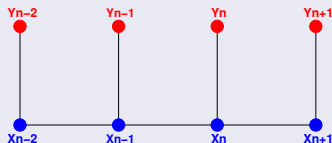
- On ne prend pas en compte les dépendances entre sites.



Chaîne de Markov Cachée à Bruit Indépendant (CMC-BI)

Hypothèses d'indépendance conditionnelle

$$\begin{cases} X_{n+1} \perp\!\!\!\perp X_{1:n-1} | X_n \\ Y_n \perp\!\!\!\perp Z_{\mathcal{N} \setminus n} | X_n \end{cases} \Rightarrow p(z_n | z_1^{n-1}) = p(x_n | x_{n-1}) p(y_n | x_n)$$



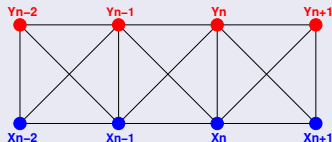
- X est une chaîne de Markov (CM).
- Z est une CM
- $X|Y$ est une CM \rightarrow calcul numérique possible des marginales *a posteriori*
- Modèle largement utilisé : parcimonie, grande robustesse.



Chaîne de Markov Couple (CMCo)

Hypothèse d'indépendance conditionnelle

$$Z_{n+1} \perp\!\!\!\perp Z_{1:n-1} | Z_n \Rightarrow p(z_n | z_{n-1}) = p(x_n | x_{n-1}) \frac{p(y_{n-1:n} | x_{n-1:n})}{p(y_{n-1} | x_{n-1})}$$



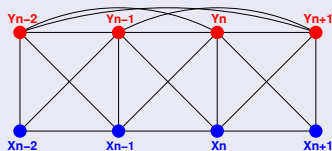
- On suppose directement la markovianité de Z .
- $X|Y$ et $Y|X$ sont des CM
- X n'est plus nécessairement une CM : modèle plus général que CMC-BI.



Chaîne Couple Partiellement de Markov (CCPM)

Hypothèse d'indépendance conditionnelle

$$X_{n+1} \perp\!\!\!\perp X_{1:n-1} | (X_n, Y) \Rightarrow p(z_n | z_{1:n-1}) = p(x_n | x_{n-1}) \frac{p(y_{1:n} | x_{n-1:n})}{p(y_{1:n-1} | x_{n-1})}$$



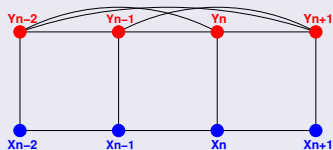
- On suppose directement la markovianité de $X|Y$
- $Y|X$ n'est pas nécessairement une CM
- Prise en compte de bruit à corrélation longue



Chaîne de Markov Cachée à bruit à corrélation longue (CMC-BCL)

Cas particulier de CCPM avec

$$\begin{cases} X_{n+1} \perp\!\!\!\perp X_{1:n-1} | X_n \\ Y_n \perp\!\!\!\perp X_{\mathcal{N} \setminus n} | X_n, Y_{\mathcal{N} \setminus n} \end{cases} \Rightarrow p(z_n | z_{1:n-1}) = p(x_n | x_{n-1}) p(y_{1:n} | x_n)$$



Calcul de $p(y_{1:n}|x_n)$

Si Y processus gaussien avec

- $M_{1:n}$: vecteur des moyennes
- $\Gamma_{1:n} = (\gamma_{kl})_{k \leq n, l \leq n}$: matrice de covariance.

$p(y_{1:n}) = p(y_{1:n-1})p(y_n|y_{1:n-1})$ avec

$$p(y_n|y_{1:n-1}) = \mathcal{N} [M_n + A_{1:n}^T \Gamma_{1:n-1}^{-1} (y_{1:n-1} - M_{1:n-1}), \gamma_{nn} - A_{1:n}^T \Gamma_{1:n-1}^{-1} A_{1:n}]$$

où $A_{1:n} = \gamma_{1:n-1,n}^T$ et $\Gamma_{1:n-1}^{-1}$ sont donnés par $p(y_{1:n-1})$

- On peut ainsi calculer, $x_n \in \mathcal{X} \forall n \in \mathcal{N}$
$$p(y_{1:n}|x_n) = p(y_1|x_n) \prod_{i=2}^n p(y_i|y_{1:i-1}, x_n)$$



Restauration supervisée d'un processus à bruit à corrélation longue

- x à 4 classes.
- Processus gaussiens stationnaires
- Moyennes=0, variances=1
- Les autocorrélations sont les seuls paramètres discriminants

Autocorrélations

$$\rho(\tau) = |\tau + 1|^{-\alpha} \text{ avec } \tau = |j - i| \text{ avec}$$
$$\alpha_{\omega_1} = 0.99, \alpha_{\omega_2} = 0.3, \alpha_{\omega_3} = 0.05, \alpha_{\omega_4} = 0.01$$



Résultats

- MPM : taux d'erreur 6.9%

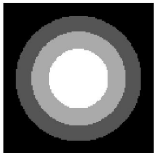


Fig.: Initiale

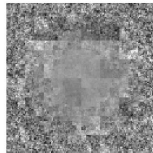


Fig.: Bruitée

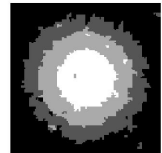


Fig.: Restaurée



Restauration non supervisée d'un processus à bruit à corrélation longue

- *Bruit indépendant (BI)* : variances (1,4) , moyennes (0,0)
- *Bruit à corrélation longue (BCL)* : variances=1 et $\alpha_{\omega_1} = 0.99, \alpha_{\omega_2} = 0.2$
- Paramètres estimés par EM en considérant le cas CMC-BI et le cas CMC-BCL



Fig.: initiale

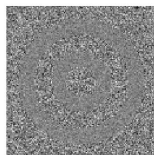


Fig.: BI

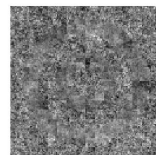


Fig.: BCL

Restaurations



Fig.: CMC-BI (5.3%)

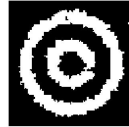


Fig.: CMC-BCL(5.3%)



Fig.: CMC-BI(27.6%)



Fig.: CMC-BCL(6.5%)



Estimées des paramètres

$p(x_1, x_2)$	CMC-BI	CMC-BCL
BI	$\begin{pmatrix} 0.69 & 0.00 \\ 0.00 & 0.30 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.69 & 0.00 \\ 0.00 & 0.30 \end{pmatrix}$
BCL	$\begin{pmatrix} 0.61 & 0.02 \\ 0.02 & 0.34 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.67 & 0.00 \\ 0.00 & 0.32 \end{pmatrix}$

		CMC-BI		CMC-BCL	
		ω_1	ω_2	ω_1	ω_2
IN	σ^2	3.93	0.97	3.93	0.97
	α	-	-	6.31	5.09
BCL	σ^2	1.25	0.33	1.02	0.70
	α	-	-	0.97	0.32



- 1 Segmentation bayésienne non supervisée
 - Principe de la segmentation et modélisation probabiliste
 - Estimation
- 2 Modélisation de la loi de Z
 - Calcul des marginales a posteriori
 - Indépendance et modèles de Markov
 - Expérimentations
- 3 **Modèles Triplets**
 - Principe
 - Extensions des modèles présentés
 - Expérimentations
- 4 Théorie de l'Evidence
 - Introduction et concepts
 - Généralisation de la règle de Bayes
 - Introduction de la dépendance spatiale
 - Expérimentations
- 5 **Conclusions et Perspectives**



Principes

- Markovianité de la loi *a posteriori* \rightarrow noyaux de transitions calculables numériquement

Principe des modèles triplets

Ajouter un processus auxiliaire U prenant ses valeurs dans \mathcal{U} tel que la loi *a posteriori* de $V = (X, U)$ soit une CM.

- $V|y$ étant une CM, il est possible de calculer les marginales $p(v_n|y)$ et d'en déduire

$$p(x_n|y) = \sum_{u_n \in \mathcal{U}} p(v_n|y) = \sum_{u_n \in \mathcal{U}} p(x_n, u_n|y)$$

- X n'est pas nécessairement une CM
- La loi de T est alors donnée par $p(t) = p(t_1) \prod_{n=2}^N p(t_n|t_{n-1})$

Algorithme de calcul des marginales *a posteriori*

◁ Passé arriéré : pour $n = N \dots 2$

$$\beta_{n-1}(t_{1:n-1}) \propto \begin{cases} \sum_{v_n \in \mathcal{X}} p(t_n | t_{1:n-1}) & \text{si } n = N \\ \sum_{v_n \in \mathcal{X}} p(t_n | t_{1:n-1}) \beta_n(t_{1:n}) & \text{sinon} \end{cases}$$

$$p(v_n | v_{1:n-1}, y) \propto \begin{cases} p(t_n | t_{1:n-1}) & \text{si } n = N \\ p(t_n | t_{1:n-1}) \frac{\beta_n(t_{1:n})}{\beta_{n-1}(t_{1:n-1})} & \text{sinon} \end{cases}$$

Racine : $p(v_1 | y) \propto p(t_1) \beta_1(t_1)$

▷ Passé avant : pour $n = 2 \dots N$

$$p(v_{1:n} | y) = p(v_{1:n-1} | y) p(v_n | v_{1:n-1}, y)$$

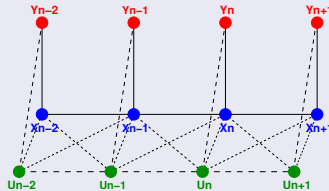
$$p(x_n | y) = \sum_{u_n \in \mathcal{U}} \sum_{v_{1:n-1} \in \mathcal{X}^{n-1}} p(v_{1:n} | y)$$



CMCo Cachée

Hypothèses d'indépendance

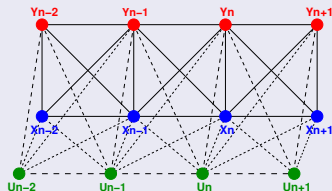
$$\begin{aligned} V_{n+1} &\perp\!\!\!\perp V_{1:n-1} \mid V_n \\ Y_n &\perp\!\!\!\perp T_{\mathcal{N} \setminus n} \mid V_n \end{aligned} \Rightarrow p(t_n | t_{1:n-1}) = p(v_n | v_{n-1}) p(y_n | v_n)$$



Chaîne de Markov Triplet

Hypothèse d'indépendance

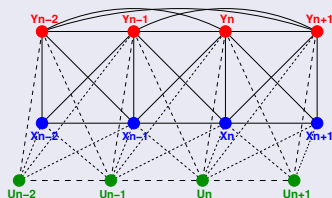
$$T_{n+1} \perp\!\!\!\perp T_{1:n-1} | T_n \Rightarrow p(t_n | t_{1:n-1}) = p(v_n | v_{n-1}) \frac{p(y_{n-1:n} | v_{n-1:n})}{p(y_{n-1} | v_{n-1})}$$



Chaîne de Markov Triplet Partiellement Markovienne

Hypothèse d'indépendance

$$V_{n+1} \perp\!\!\!\perp V_{1:n-1} | (V_n, Y) \Rightarrow p(v_n | v_{n-1}) \frac{p(y_{1:n} | v_{n-1:n})}{p(y_{1:n-1} | v_{n-1})}$$



Cas particuliers de modèles triplet

Modèle Factorisé (Factorial Hidden Markov model)

- $p(z) = p(u)p(u')p(y|u, u')$
- $p(x)$ se factorise en $p(x) = p(u)p(u')$

Approximation par mélange

- $p(z) = p(x)[\sum_{u \in \mathcal{U}} p(y|u)p(u|x)]$

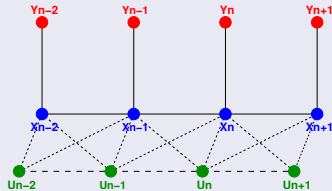
Différentes stationnarité de $Z = (X, Y)$

- $p(z) = [\sum_{u \in \mathcal{U}} p(x|u)p(u)]p(y|x)$
- U gouverne les changements de régime de X

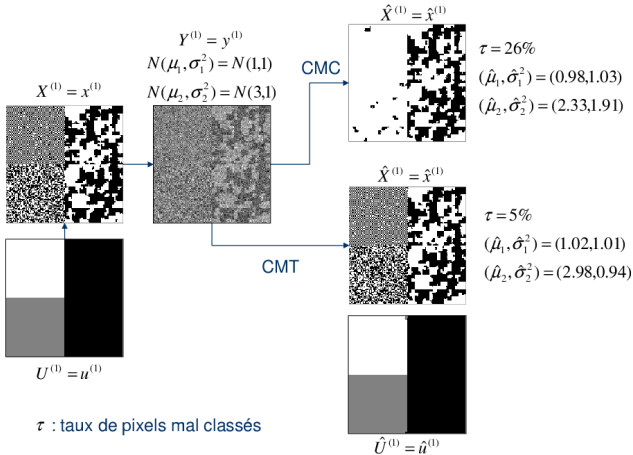


Chaîne de Markov Cachée Non Stationnaire (CMCNS)

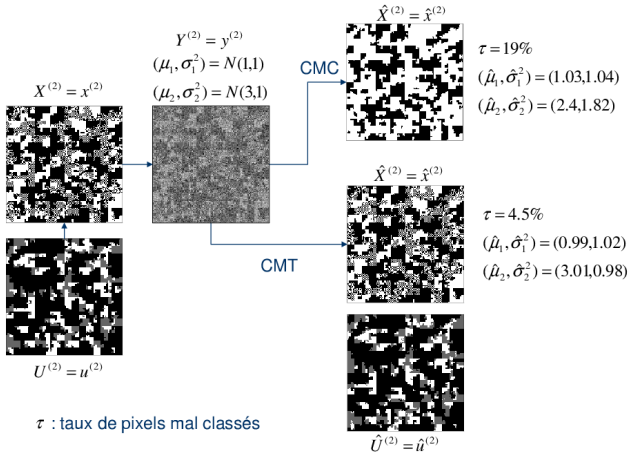
Graphe d'indépendance



Restauration non supervisée



Restauration non supervisée



τ : taux de pixels mal classés



Critère BIC : Bayesian Information Criteria

Définition

$$BIC = -2 \log L(y) + 2k \log N$$

$L(y)$: vraisemblance

k : nombre de paramètres non nuls

N : nombre d'échantillons

Nombre d'états réels	Nombre d'états auxiliaires	LL	Nombre de paramètres	BIC
2	1	-338750	7	677580
2	2	-337460	13	675060
2	3	-337360	23	674980
3	1	-334310	14	668780
3	2	-332070	27	664440
3	3	-331760	55	664130
4	1	-333020	21	666280
4	2	-331210	43	662610

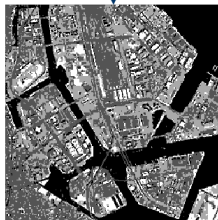
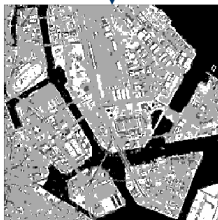


Segmentation image réelle

4 classes réelles
1 état auxiliaire
BIC=666280



4 classes réelles
2 états auxiliaires
BIC= 662610



- 1 Segmentation bayésienne non supervisée
 - Principe de la segmentation et modélisation probabiliste
 - Estimation
- 2 Modélisation de la loi de Z
 - Calcul des marginales a posteriori
 - Indépendance et modèles de Markov
 - Expérimentations
- 3 Modèles Triplets
 - Principe
 - Extensions des modèles présentés
 - Expérimentations
- 4 **Théorie de l'Evidence**
 - Introduction et concepts
 - Généralisation de la règle de Bayes
 - Introduction de la dépendance spatiale
 - Expérimentations
- 5 Conclusions et Perspectives



Historique et principes

- Introduite par Dempster puis reformulée par Shafer
- Présentée comme une généralisation de la théorie de Bayes au traitement de l'incertain
- \mathcal{X} : Cadre de discernement. Hypothèses exhaustives et exclusives
- Modélisation probabiliste : masses définies sur \mathcal{X} (probabilités).
- On modélise l'incertitude sur les événements, l'imprécision étant considérée comme nulle.
- → Problème en fusion de données.
- Théorie de l'évidence : masses définies sur $\mathcal{P}(\mathcal{X})$.
- → Permet la prise en compte de l'imprécision



Fonction de masses

Définition

$$m : \mathcal{P}(\mathcal{X}) \rightarrow \mathbb{R}^+, \quad \begin{cases} m(\emptyset) = 0 \\ \sum_{A \in \mathcal{P}(\Omega)} m(A) = 1 \end{cases}$$

- Partie du degré de croyance placée sur une proposition $A \subset \mathcal{X}$.
- Possibilité d'affecter une masse aux hypothèses composites \rightarrow modélisation plus flexible permettant de représenter l'incomplétude, l'ambiguïté, l'ignorance
- Ignorance totale : $m(\mathcal{X}) = 1$ et $m(A) = 0, \forall A \subset \mathcal{X}, A \neq \mathcal{X}$
- Jeu de masses bayésien : masses réparties uniquement sur les hypothèses singletons : probabilité



Crédibilité, Plausibilité

Crédibilité

$$Bel(A) = \sum_{B \subset A} m(B)$$

Croyance totale placée sur une proposition A

Plausibilité

$$Pls(A) = \sum_{A \cap B \neq \emptyset} m(B)$$

Masse totale que l'on pourrait potentiellement transférer sur cette proposition

- Intervalle de croyance $[Bel(A), Pls(A)]$: sa longueur mesure de l'imprécision sur l'incertitude sur une proposition A
- Jeux de masse bayésien A :

$$m(A) = Bel(A) = Pls(A) = p(A) \text{ imprécision nulle}$$



Règle de combinaison de Dempster

Masses m_1, \dots, m_l fournies par plusieurs sources d'information

Définition

$$m(A) = (m_1 \oplus m_2 \oplus \dots \oplus m_l)(A) \propto \sum_{B_1 \cap \dots \cap B_l = A} m_1(B_1) m_2(B_2) \dots m_l(B_l)$$

Propriété

Lorsque au moins l'une des masses impliquées dans la combinaison est bayésienne, le résultat de la combinaison est une masse bayésienne.



Généralisation de la règle de Bayes

Soit $m_0(x) = p(x)$, $x \in \mathcal{X}$, et $m_1(x) \propto p(y|x)$, $x \in \mathcal{X}$, ($y \in \mathcal{Y}$ est fixé).

$$(m_0 \oplus m_1)(x) = \frac{m_0(x)m_1(x)}{\sum_{x' \in \mathcal{X}} m_0(x')m_1(x')} = \frac{p(x)p(y|x)}{\sum_{x' \in \mathcal{X}} p(x')p(y|x')} = p(x|y)$$

- Calcul de la loi a posteriori : cas particulier de combinaison de Dempster.

Généralisation du calcul de la loi a posteriori

Remplacement de l'une des masses par une masse évidentielle $m(u)$, $u \in \mathcal{P}(\mathcal{X})$.

Affaiblissement

- Probabilité est connue avec imprécision : remplacement de la probabilité non fiable $p(x)$ par la masse $m(u)$ définie par :

$$m(u) = \alpha p(x), \quad m(\mathcal{X}) = 1 - \alpha$$

- $\alpha \in [0, 1]$ étant le coefficient d'affaiblissement (ou de fiabilité)
- Permet de prendre en compte la fiabilité relative des sources d'informations.
- L'opération d'affaiblissement a pour effet de pondérer l'importance d'une source d'information lors de sa combinaison avec d'autres sources.



Chaîne de Markov évidentielle

Définition

Une fonction de masse m définie sur $\mathcal{P}(\mathcal{X}^N)$ est une chaîne de Markov évidentielle (CME) si elle est nulle en dehors de $[\mathcal{P}(\mathcal{X})]^N$ et si $m(u) = m(u_1, \dots, u_N) = m(u_1)m(u_2|u_1) \dots m(u_N|u_{N-1})$

- CM classique : cas particulier de CME, dans laquelle $m(u_1)$ et toutes les $m(u_{n+1}|u_n)$ sont nulles en dehors des singletons.



Chaîne de Markov Evidentielle Cachée à Bruit Indépendant

- On remplace $p(x)$ par $p(u)$, $q(x) \propto p(y|x)$ avec
$$q(x_n) = p(y_n|x_n) / \sum_{x'_n \in \mathcal{X}} p(y_n|x'_n)$$

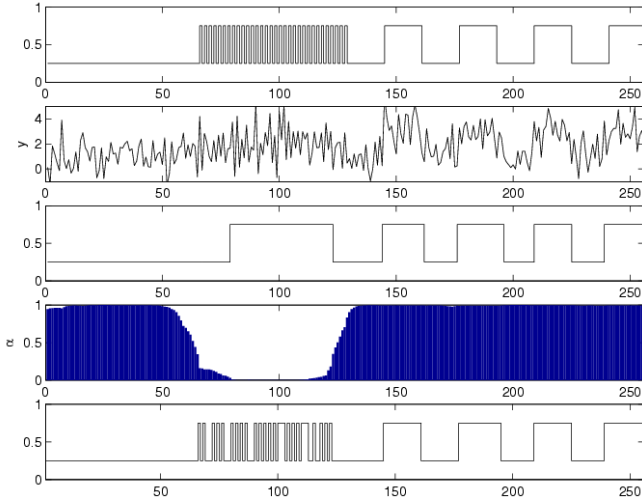
- La fusion s'écrit :

$$(m \oplus q)(x) = \frac{\sum_{u \in [\mathcal{P}(\mathcal{X})]^N} \mathbb{1}_{[x \in u]} m(u) q(x)}{\sum_{x' \in \mathcal{X}^N} \sum_{u' \in [\mathcal{P}(\mathcal{X})]^N} \mathbb{1}_{[x' \in u']} m(u') q(x')}$$

- Problème : la fusion détruit la markovianité, impossibilité de calculer directement les marginales a posteriori.
- $(m \oplus q)(x)$ est une CMT avec $p(v) \propto \mathbb{1}_{[x \in u]} m(u)$ et $\mathcal{U} = \mathcal{P}(\mathcal{X})$
- Il est alors possible de calculer les marginales a posteriori



Restauration d'une CM Non Stationnaire



Restauration d'image : comparaison CMC-BI/CMEC-BI

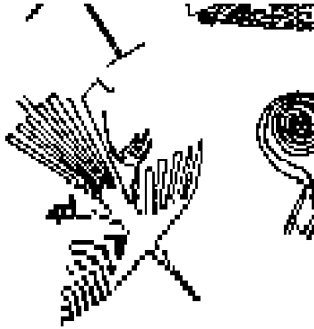


Fig.: Image originale

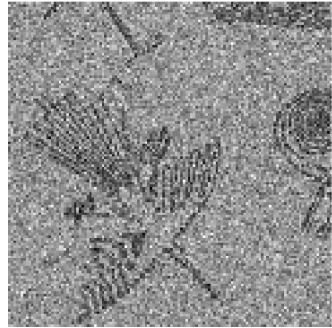


Fig.: Image bruitée $\mathcal{N}(0, 2)$, $\mathcal{N}(2, 1)$



Restauration d'image : comparaison CMC-BI/CMEC-BI



Fig.: CMC-BI(14.6%)



Fig.: CMEC-BI(5.0%)



Restauration d'image : comparaison CMC-BI/CMEC-BI

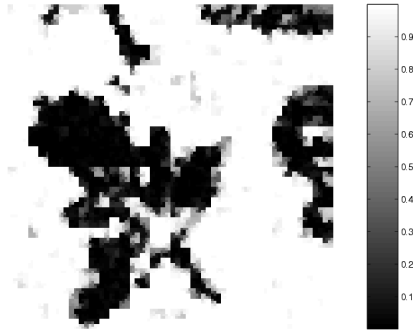


Fig.: Coefficient d'affaiblissement



- 1 Segmentation bayésienne non supervisée
 - Principe de la segmentation et modélisation probabiliste
 - Estimation
- 2 Modélisation de la loi de Z
 - Calcul des marginales a posteriori
 - Indépendance et modèles de Markov
 - Expérimentations
- 3 Modèles Triplets
 - Principe
 - Extensions des modèles présentés
 - Expérimentations
- 4 Théorie de l'Evidence
 - Introduction et concepts
 - Généralisation de la règle de Bayes
 - Introduction de la dépendance spatiale
 - Expérimentations
- 5 Conclusions et Perspectives



- Les modèles Triplets constituent un modèle unifié permettant de multiples extensions.
- Extension au cas multicateur possible (prise en compte de capteurs évidentiels).
- Possibilité d'utiliser plusieurs processus auxiliaires.
- Extension vers des modèles graphiques plus généraux.

