

L'acoustique musicale par les nombres naturels

- * La loi du nombre (entier) chez les Grecs anciens.
- * Aristoxène, une exception?
- * La « coïncidence des coups » (XVII^e-XVIII^e siècle)
- * L'apothéose de la coïncidence des coups : Euler, 1739

Tout avec des puissances de $3/2$: la gamme de Pythagore

ut	ré	mi	fa	sol	la	si	ut
1	$\left(\frac{3}{2}\right)^2 \frac{1}{2}$	$\left(\frac{3}{2}\right)^4 \frac{1}{2^2}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\left(\frac{3}{2}\right)^8 \frac{1}{2}$	$\left(\frac{3}{2}\right)^5 \frac{1}{2^2}$	2

C'est-à-dire :

ut	ré	mi	fa	sol	la	si	ut
1	9/8	81/64	4/3	3/2	27/16		2

Seules l'octave  (2), la quinte  ($3/2$), la quarte  ($4/3$) sont des consonances. Elles correspondent à des rapports simples, de la forme $(n+1)/n$, dit superparticulier.
Les tierces  et sixtes (mi et la) ne sont pas des consonances pour les Grecs anciens. (comparer avec la tierce juste  $5/4$)

Le « cycle des quintes ne se referme pas »

Cela veut seulement dire qu'aucun empilement de quintes ne peut donner la même note (= le même rapport) qu'un empilement d'octaves. En effet, l'équation entière :

$$(3/2)^m = 2^n$$

n'admet aucune solution, ce qui revient à dire que

$$3^p = 2^q$$

n'en a pas non plus, ce qui est évident, 3 et 2 étant premiers entre eux. On peut aussi dire qu'aucune puissance de 3 n'est paire.

(Mais 12 quintes font à peu près 7 octaves...)

La théorie de la coïncidence des coups

1	Fig. 1
2
1	Fig. 2
3
1	Fig. 3
4
1	Fig. 4
3
2	Fig. 5

1 son unique, 2 octave, 3 douzième, 4 double octave, 5 quinte

La théorie de la coïncidence des coups (suite)

Principe : un accord de deux sons est d'autant plus agréable que le rapport du nombre des « coups » venant simultanément de chacun des deux sons au nombre des coups « isolés », ou au nombre total de coups reçus par l'oreille, est plus grand.

Exemples.

unisson : 1

octave : $1/2$

douzième : $1/3$

double octave : $1/4$

quinte : $1/4$ (oui, comme pour la double octave...)

L'apothéose de la coïncidence des coups :

Leonhard Euler (1707-1783)

Essai d'une nouvelle théorie de la musique, 1739

Le plaisir vient de la *perfection* :

"Il est certain que toute perfection fait naître le plaisir et que c'est une propriété commune à tous les esprits, aussi bien de se réjouir à la découverte et à la contemplation d'un objet parfait, que d'éprouver de l'aversion pour ce qui manque de perfection ou que des imperfections dégradent." [Œuvres Complètes en Français, 5, 23]

L'apothéose de la coïncidence des coups :

Leonhard Euler (suite)

La perfection va avec l'*ordre* :

"Prenons pour exemple une horloge, dont la destination est de marquer les divisions du temps; elle nous plaira au plus haut degré, si l'examen de la structure nous fait comprendre que les différentes parties en sont disposées et combinées de telle manière que toutes concourent à indiquer le temps avec exactitude.

Ainsi, dans toute chose où il y a de la perfection, il y a nécessairement aussi de l'ordre." [OCF, 5, 24]

L'apothéose de la coïncidence des coups :

Leonhard Euler (suite)

En musique, l'ordre est *inconscient* (cf. Leibniz, "musica est exercitium arithmeticae occultum nescientis se numerare animi") :

"Nous pouvons reconnaître l'ordre de deux manières. Lorsque la loi qui en est la raison nous est connue, il suffit d'examiner si l'objet à considérer y satisfait. Mais si cette donnée nous manque, il faut chercher à découvrir, dans la disposition même des parties de l'objet, la loi qui a présidé à leur arrangement; la loi reconnue, l'ordre en sera la conséquence. L'horloge citée précédemment offre un exemple du premier cas: le but ou la loi de la disposition des parties y est connue, c'est l'indication du temps. Ainsi, quand nous examinons une horloge, nous n'avons qu'à vérifier si sa construction répond à ce but. Mais si nous avons à considérer, par exemple, la série des nombres 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, etc., sans savoir quelle est la loi de leur accroissement, la comparaison de ces nombres nous fait bientôt découvrir que chacun est la somme des deux qui le précèdent; nous connaissons dès lors la loi de formation de la série, c'est-à-dire, nous connaissons l'ordre qui y règne. La seconde manière de reconnaître l'ordre se présente surtout dans la musique [...] [OCF, 5, 24-25]

L'apothéose de la coïncidence des coups :

Leonhard Euler (suite)

Tableau des degrés de douceur en fonction du ppcm des nombres (premiers)
représentant chaque terme d'un accord de deux sons

I	1;
II	2;
III	3, 4;
IV	6, 8;
V	5, 9, 12, 16;
VI	10, 18, 24, 32.
VII	7, 15, 20, 27, 36, 48, 64;
VIII	14, 30, 40, 54, 72, 96, 128;
IX	21, 25, 28, 45, 60, 80, 81, 108, 144, 192, 256;
X	42, 50, 56, 90, 120, 160, 162, 216, 288, 384, 512;
XI	11, 35, 63, 75, 84, 100, 112, 135, 180, 240, 243, 320, 324, 432, 576, 768, 1024;
XII	22, 70, 126, 150, 168, 200, 224, 270, 360, 480, 486, 640, 648, 864, 1152, 1536, 2048;
XIII	13, 33, 44, 49, 105, 125, 140, 189, 225, 252, 300, 336, 400, 405, 448, 540, 720, 729, 960, 972, 1280, 1296, 1728, 2304, 3072, 4096;
XIV	26, 66, 88, 98, 210, 250, 280, 378, 450, 504, 600, 672, 800, 810, 896, 1080, 1440, 1458, 1920, 1944, 2560, 2592, 3456, 4608, 6144, 8192;
XV	39, 52, 55, 99, 132, 147, 175, 176, 196, 315, 375, 450, 500, 560, 567, 675, 756, 900, 1008, 1200, 1215, 1344, 1600, 1620, 1792, 2160, 2187, 2880, 2916, 3840, 3888, 5120, 5184, 6912, 9216, 12288, 16384;
XVI	78, 104, 110, 198, 264, 294, 350, 352, 392, 630, 750, 840, 1000, 1120, 1134, 1350, 1512, 1800, 2016, 2400, 2430, 2688, 3200, 3240, 3584, 4320, 4374, 5760, 5832, 7680, 7776, 10240, 10368, 13824, 18432, 24576, 32768.

L'apothéose de la coïncidence des coups :

Leonhard Euler (suite)

Tableau des degrés de douceur en fonction des rapports des nombres (premiers entre eux) représentant chaque terme d'un accord de deux sons

II :	1:2
III :	1:3, 1:4
IV :	1:6, 2:3 , 1:8
V :	1:5, 1:9, 1:12, 3:4 , 1:16
VI :	1:10, 2:5, 1:18, 2:9, 1:24, 3:8, 1:32
VII :	1:7, 1:15, 3:5 , 1:20, 4:5 , 1:27, 1:36, 4:9, 1:48, 3:16; 1:64
VIII :	1:14, 2:7, 1:30, 2:15, 3:10, 5:6 , 1:40, 5:8 , 1:54, 2:27, 1:72, <u>8:9</u> , 1:96, 3:32, 1:128
IX :	1:21, 3:7, 1:25, 1:28, 4:7, 1:45, <u>5:9</u> , 1:60, 3:20, 4:15, 5:12, 1:80, 5:16, 1:81, 1:108, 4:27, 1:144, <u>9:16</u> , 1:192, 3:64, 1:256
X :	1:42, 3:14, 6:7, 1:50, 2:25, 1:56, 7:8, 1:90, 2:45, 5:18, <u>9:10</u> , 1:120, 3:40, 5:24, <u>8:15</u> , 1:160, 5:32, 1:162, 2:81, 1:216, 8:27, 1:288, 9:32, 1:384, 3:128, 1:512

(en gras : les rapports correspondants aux consonances connues; soulignés : les rapports des dissonances connues)

Une approche "expérimentale" : Rameau et d'Alembert (1722...)

D'Alembert repousse toutes les théories qui l'ont précédé, proportions, coïncidence des coups, plaisir par l'ordre (Euler).

Rameau et d'Alembert (suite)

Ainsi, pour commencer, il juge les mathématiques inutiles :

«Nous avons d'ailleurs banni [...] toutes considérations sur les proportions & progressions géométriques, arithmétiques & harmoniques [.....] proportions, dont nous croyons l'usage tout à fait inutile, & même, si nous l'osons dire, tout à fait illusoire dans la théorie de la Musique.» [*Éléments de musique...*, xii]

Rameau et d'Alembert (suite)

La coïncidence des coups n'explique rien :

«Les uns attribuent les différents degrés de plaisirs que les accords nous font éprouver, à la concurrence plus ou moins fréquente des vibrations [...] Mais pourquoi la concurrence des vibrations, c'est-à-dire, leur direction dans le même sens, & la propriété de recommencer fréquemment ensemble, est-elle une si grande source de plaisir? Sur quoi est fondée cette supposition gratuite?» [EM, xxiv]

(Cet argument était déjà invoqué par Descartes dans son *Compendium musicae* [1619]. Ensuite, il se ralliera à la théorie de la coïncidence des coups.)

Rameau et d'Alembert (suite)

Idem pour l'ordre source de plaisir musical :

«Les autres]attribuent les différents degrés de plaisirs que les accords nous font éprouver[à la simplicité plus ou moins grande du rapport [des vibrations]. [...] Comment l'oreille est-elle si sensible à la simplicité des rapports, lorsque le plus souvent ces rapports sont inconnus à celui dont l'organe est d'ailleurs le plus vivement affecté par une bonne musique?» [EM, xxiv]

Et Euler semble visé :

«[...] ces Musiciens qui se croyant Géomètres, ou ces Géomètres qui se croyant Musiciens, entassent dans leurs écrits chiffres sur chiffres, imaginant peut-être que cet appareil est nécessaire à l'Art.» [EM, xxx]

Rameau et d'Alembert : les deux principes ou « expériences » de la théorie

Première expérience : « outre le son principal & son octave, deux autres sons très aigus, dont l'un est la douzième au-dessus du son principal, c'est-à-dire l'octave de la quinte de ce son; & l'autre est la dix-septième majeure au-dessus de ce même son, c'est-à-dire la double octave de sa tierce majeure. »

Seconde expérience : c'est seulement celle de la profonde ressemblance entre un son et l'octave supérieure ou inférieure.

Rameau et d'Alembert : remarques finales

- La « barrière » du tympan n'est pas encore franchie.
- La série des sons partiels harmoniques d'un son musical n'est pas encore entièrement reconnue et comprise (cf. Sauveur 1700, ainsi que la controverse sur la loi des cordes vibrantes (1716-1760). Seule la décomposition en série de Fourier (1822) rendra possible la compréhension de l'analyse sonore harmonique).

Helmholtz : extraits biographiques

Aîné de quatre enfants. Mère calme et réservée, Helmholtz tient d'elle pour ces traits de caractère.

Père passionné, figure romantique, grande sensibilité esthétique, et fervent admirateur de Kant et de Fichte. Le fils tient de lui son goût de la musique et de la peinture, ainsi que son intérêt pour la philosophie (bien que le père et le fils aient eu des opinions opposées).

Au lycée de Potsdam Helmholtz aime très tôt la physique, mais son père n'a pas l'argent de l'envoyer à l'université; il le persuade de s'orienter vers la médecine, pour laquelle il existe des bourses. En 1837 Helmholtz en obtient une, contre laquelle il doit huit années de service dans l'armée.

Pendant ses études de médecine, il lit pour lui-même Laplace, Biot et Daniel Bernoulli, ainsi que Kant.

(Helmholtz avait toujours souffert de migraines, cherchant soulagement dans la musique et le sport de la montagne.)

- **Helmholtz, médecin, physicien, mathématicien, philosophe, musicien amateur (1821-1894)**
- **Ses découvertes en acoustique musicale**
 - * Principe de la décomposition en série de Fourier
 - * Sons simples et sons complexes
 - * Anatomie de l'oreille (selon Helmholtz)
 - * Battements et sons résultants
 - * La dissonance "expliquée" par les battements
 - * Dissonance de sons complexes
- **Imprécisions et erreur de Helmholtz**

Helmholtz : extraits bibliographiques

Ensemble de l'œuvre dans : *Wissenschaftliche Adhandlungen von Hermann Helmholtz*, 3 vol., Leipzig, 1882.

"Mémoire sur la conservation de la force, précédé d'un exposé élémentaire de la transformation des forces naturelles", 1847 (trad. fr. 1869). (force = énergie au sens moderne).

Beaucoup de mémoires dans les *Annales de Poggendorf*, les *Archives d'anatomie*, le *Journal de Crelle*, ...

Conférences sur des sujets philosophiques ou de vulgarisation : *Populare wissenschaftliche Vorträge*, 3 vol., Brunswick, 1865-1876; *Vorträge und Reden*, 2 vol., Brunswick, 1884.

Helmholtz : extraits bibliographiques (suite)

Handbuch der physiologischen Optik, 3 vol., Leipzig, 1856-1867 [*Optique physiologique, ...*].

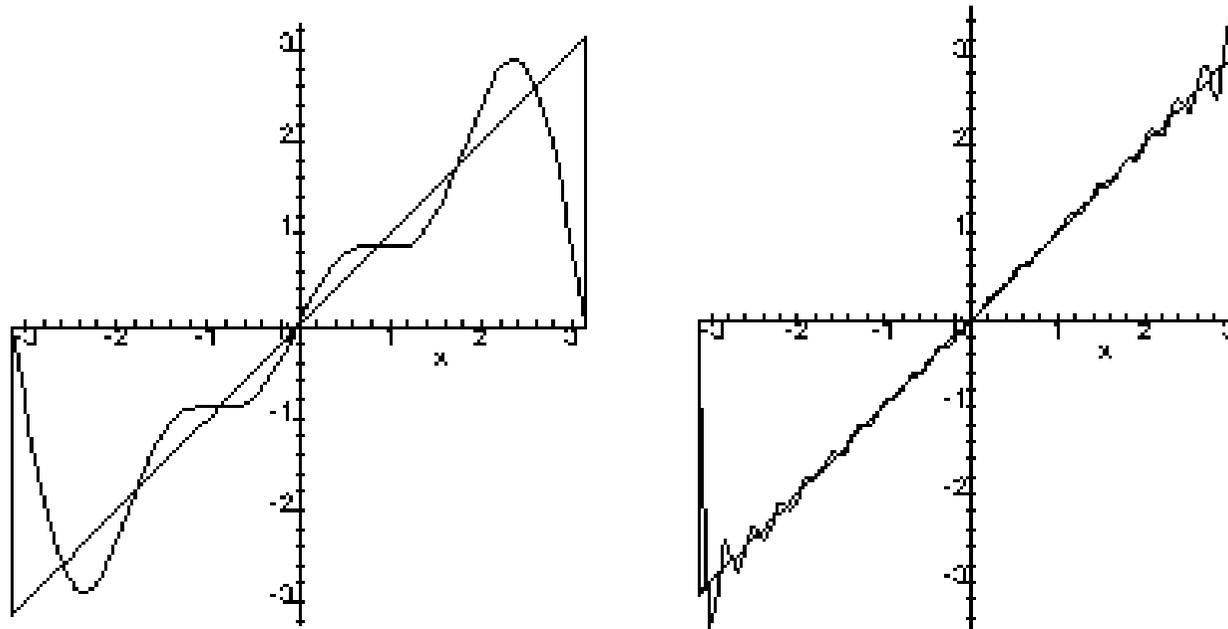
Die Lehre von den Tonempfindungen als physiologische Grundlage für die Theorie der Musik, Brunswick, 1863 [*Théorie physiologique de la musique, ...*].

L'optique et la peinture, 1878.

Mécanisme des osselets de l'oreille et de la membrane du tympan, 1886.

Leçons données durant son séjour à Berlin : *Vorlesungen über die elektromagnetische Theorie des Lichts*, Hamburg, 1897; *Vorlesungen über theoretische Physik*, 6 vol., Leipzig, 1897-1907.

La décomposition en série de Fourier



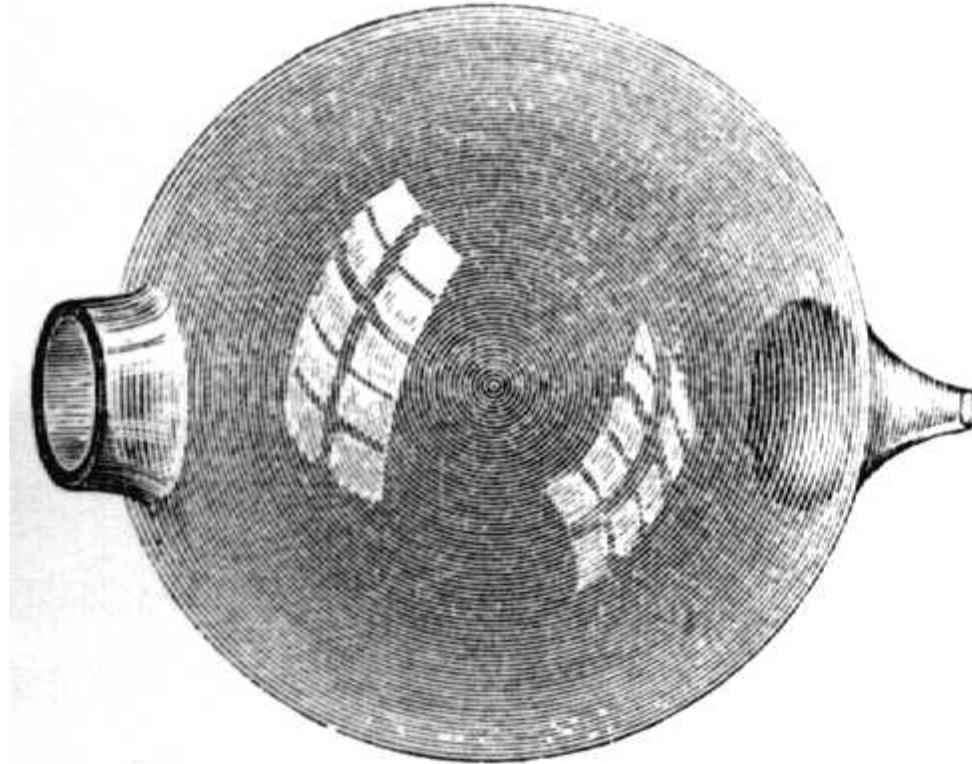
Décomposition en série de Fourier. Ci-dessus les représentations graphiques de deux sommes de séries de Fourier, chacune accompagnée de la fonction en "dent-de-scie" (le segment de droite montant) qu'elles doivent représenter. À gauche, la somme des seuls trois premiers termes; à droite, la somme de vingt premiers termes : on voit que le segment de droite montant est nettement mieux approché par la série des vingt termes que par celle des trois termes.

Sons purs et sons complexes

Écoutons-les.

- un *la* 440 sinusoïdal 
- un *la* 440 en dent de scie 
- un *la* 440 de forme carrée 

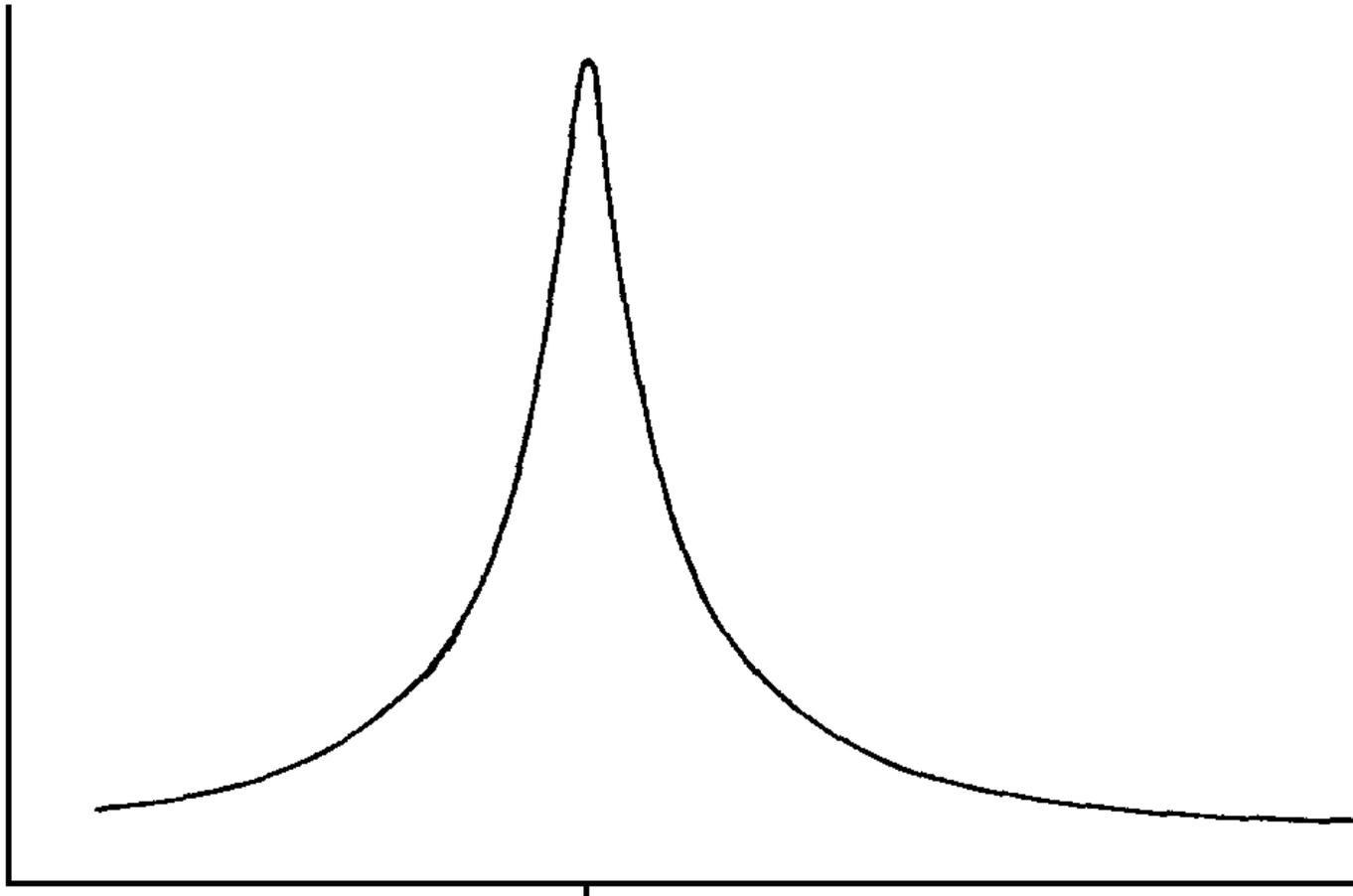
Le résonateur de Helmholtz



Une batterie de résonateurs (Helmholtz et König)

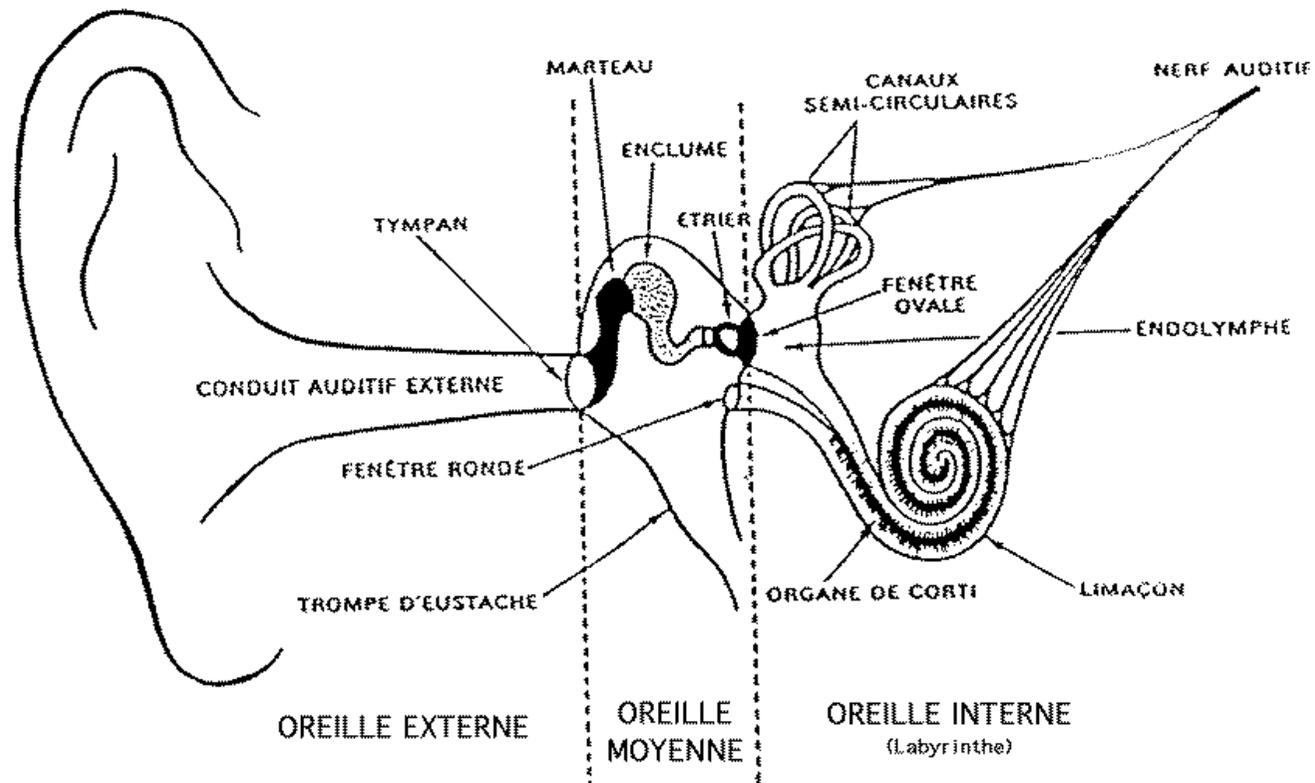


Courbe de « réponse » d'un résonateur

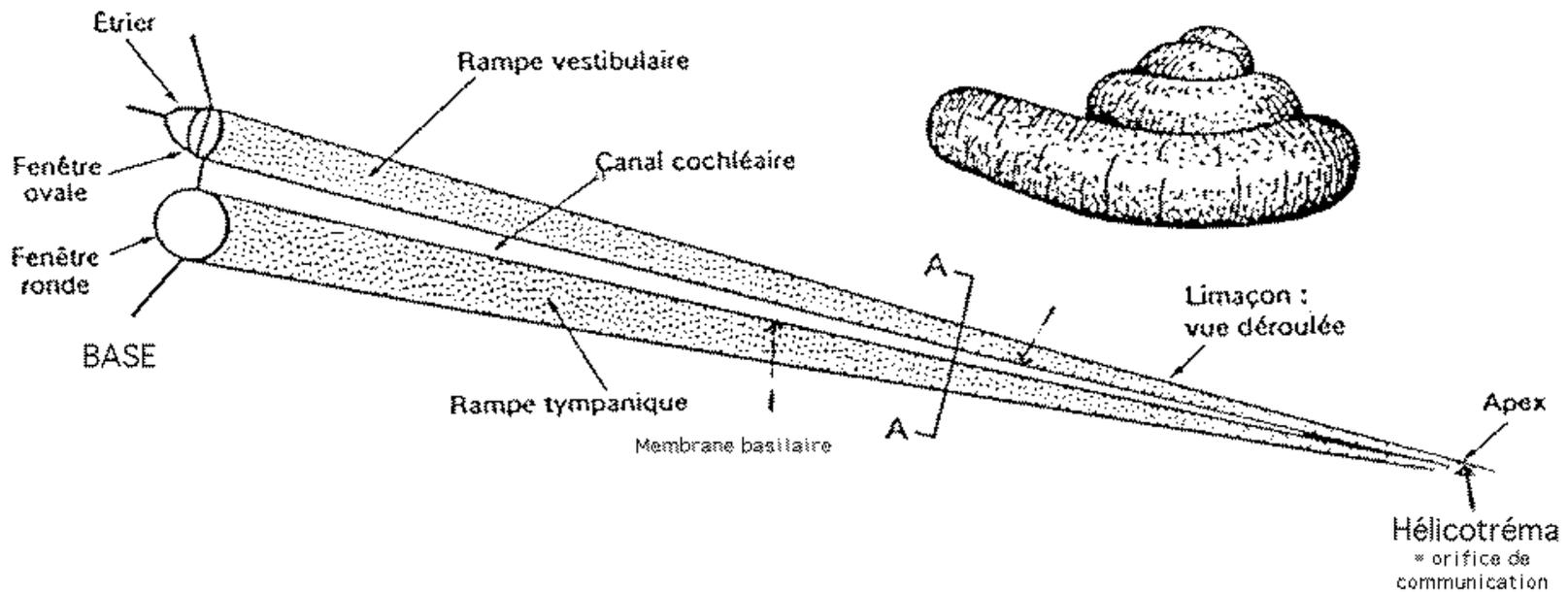


Courbe de résonance d'un résonateur de Helmholtz

Anatomie de l'oreille humaine



Anatomie de l'oreille : détail de la cochlée



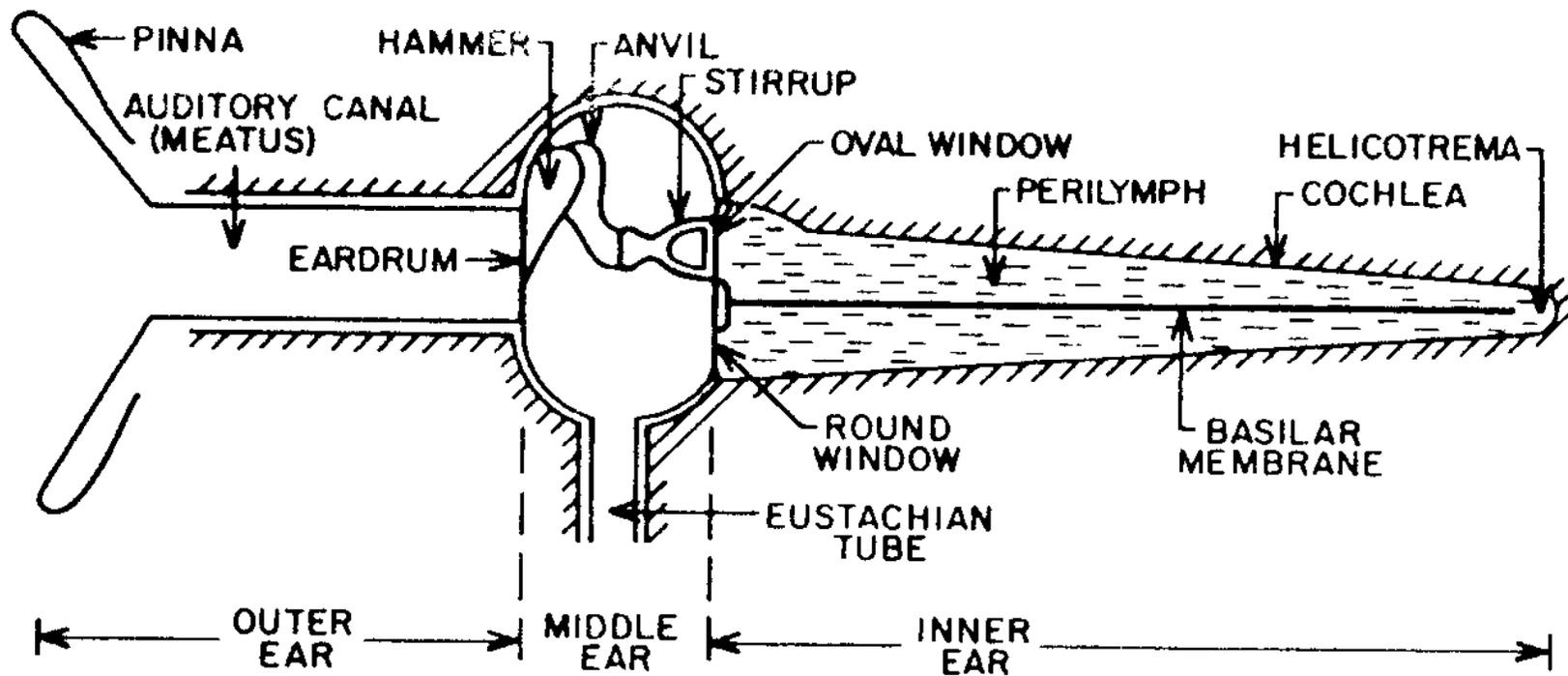
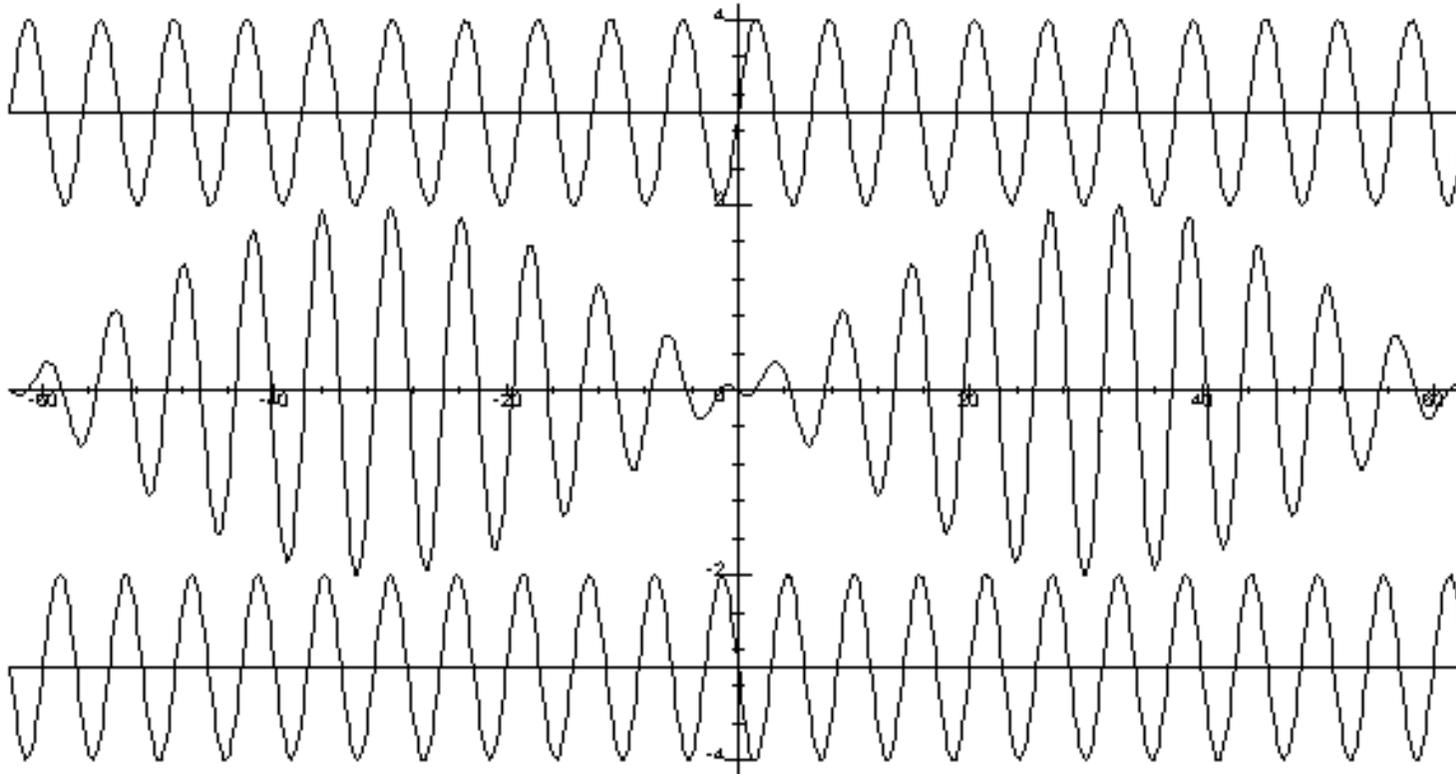


FIG. 1. Schematic diagram of the human ear, with the cochlea uncoiled.

Le phénomène des battements



Battements du premier ordre. La courbe supérieure représente une vibration simple de fréquence donnée ($\sin(t)$); la courbe inférieure représente une vibration simple presque identique, mais dont la fréquence est 10 % plus rapide ($\sin(1,1 \times t)$) et dont la phase de départ est décalée d'une demi-période. La courbe centrale représente la somme algébrique des deux vibrations simples.

Les battements (suite)

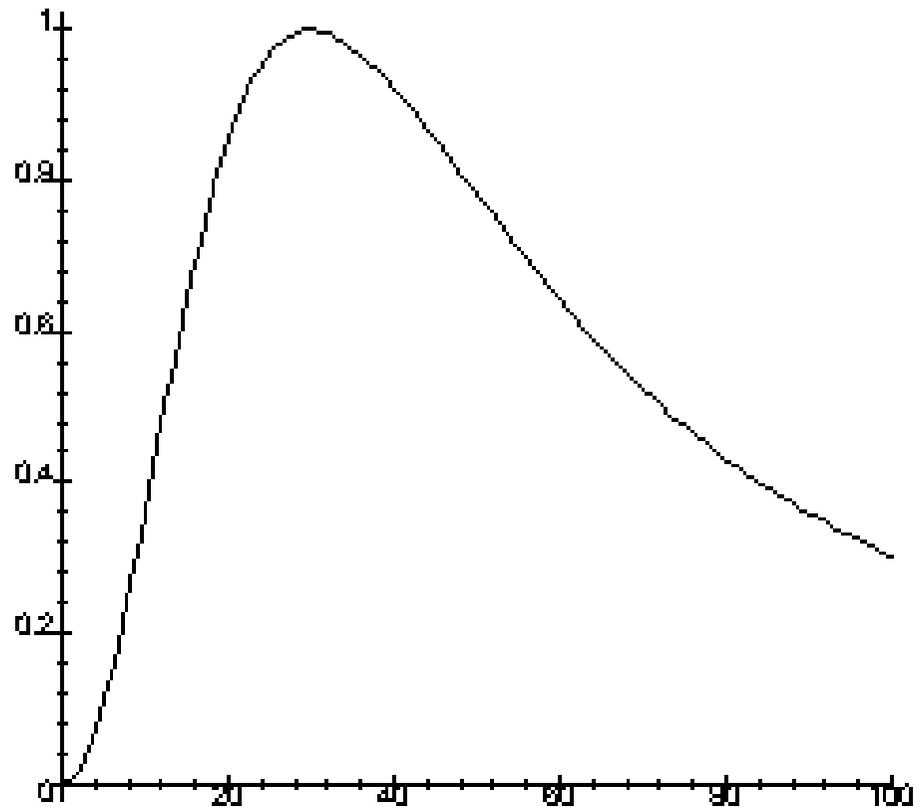
Helmholtz, médecin et musicien, remarque que la discontinuité de l'intensité sonore propre aux battements provoque du désagrément. Il entreprend de *quantifier* ce désagrément (terme de nature psychologique) en fonction de l'intensité des sons battants et de la fréquence des battements. Si les battements sont très lents, ils ne sont même pas perçus et donc sans désagrément; s'ils sont très rapides, les deux sons en cause fusionnent dans la sensation et ne sont donc pas non plus désagréables. Il existe donc une fréquence « optimale » de désagrément des battements, que Helmholtz fixe à environ 30 Hz. Il choisit ainsi, en partie arbitrairement, une fonction qui lie la fréquence des battements à la « dureté » qu'ils produisent.

Les battements (fonction de dureté propre)

La différence des fréquences des battements étant notée par Δf , Helmholtz choisit la fonction :

$$\left[\frac{60 \Delta f}{(30)^2 + \Delta f^2} \right]^2$$

dont le maximum vaut 1 lorsque $\Delta f = 30$ Hz



Exemple pour $528 < f < 660$. Le maximum de dureté serait à 561 Hz.  (« clic » au moment du maximum, après 16 sec)

Note. Pour être perçue, la dissonance du battement doit se produire *physiquement* dans l'oreille : une zone de la membrane basilaire doit effectivement battre. Helmholtz insiste à juste titre sur cette condition.

On peut en effet vérifier que les mêmes sons que ci-dessus ne produisent pas l'effet de battement s'ils sont écoutés *au casque*.

Cela a été contesté, mais à tort (cf. note en fin de fichier).

Deux autres battements à 33 coups par seconde entre sons purs. La dureté dépend aussi de la hauteur générale, dont découle la valeur de la *bande critique* (cf. ci-dessous) :

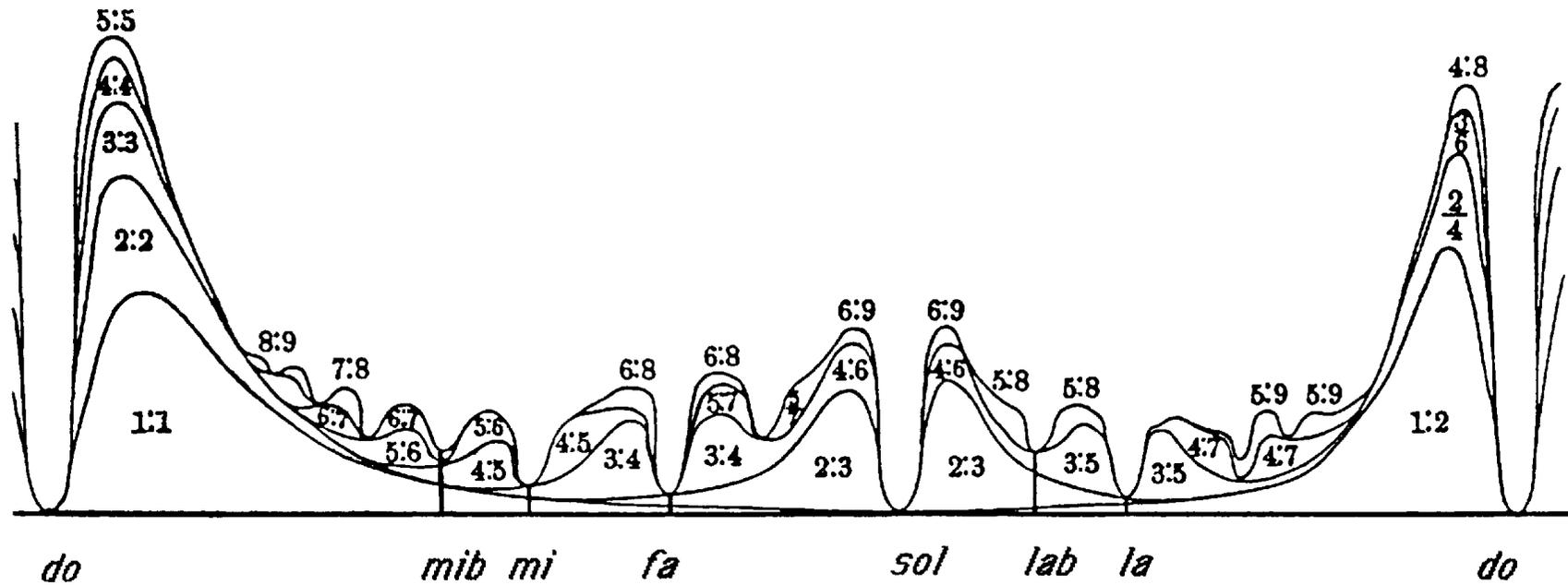
- si2-ut3 
- ut1-mi1 

Dissonance de deux sons complexes

Selon un principe de superposition qu'il ne discute pas, Helmholtz suppose que cette dissonance est la somme (psychologique!) des dissonances partielles de tous les couples de sons simples partiels harmoniques constituant chaque son complexe. Ce principe de superposition a tout de même un fondement physique dans la mécanique de la membrane basilaire, puisque, si les oscillations restent de faible amplitude, toutes les composantes de vibrations s'ajoutent algébriquement.

Pour deux sons de forme triangulaire, Helmholtz parvient ainsi à la courbe suivante...

Courbe de dissonance de deux sons d'amplitude triangulaire



De *do* à *mi* écoutons-les! 🎧 Fréquence 528 Hz constante à gauche, montant de 528 à 660 Hz à droite (37 sec).

- **Après Helmholtz**
 - * Mécanique de la membrane basilaire
 - * Notion de bande critique
 - * Battements du second ordre
 - * Le fantôme du son fondamental
 - * Addition des intensités sonores

- **Conclusion** : conséquences des conditions physiques et physiologiques humaines sur la perception musicale. Actualité des conceptions de Helmholtz.

Après Helmholtz

Mécanique de la membrane basilaire

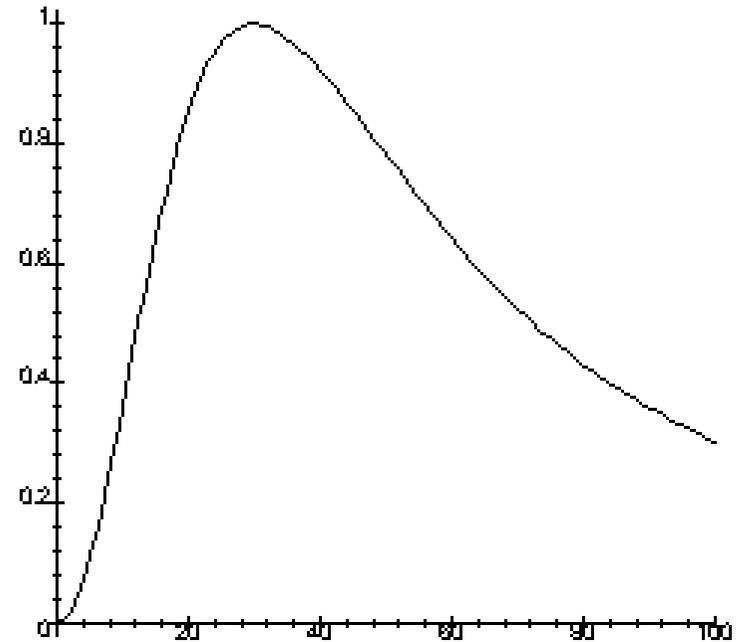
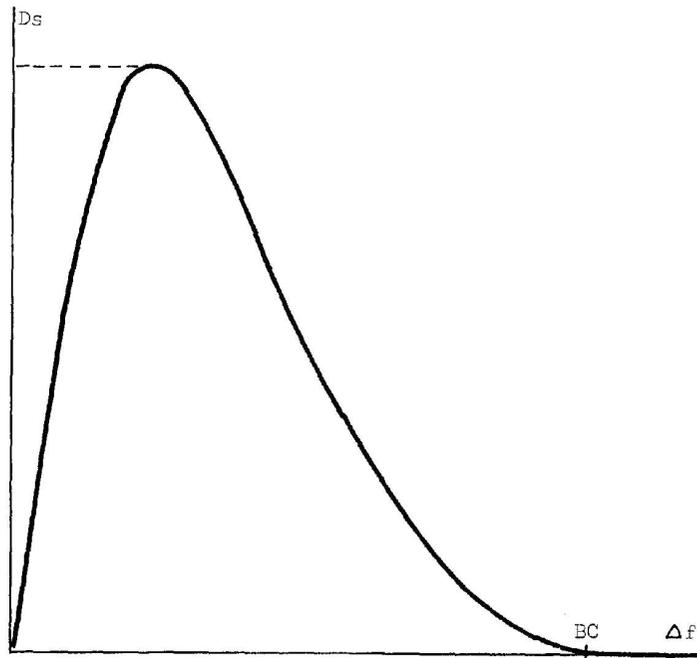
Elle n'a pas la structure d'une suite de cordes parallèles, ainsi que le croyait Helmholtz, mais est tendue de la même manière dans toutes les directions.

Cependant, l'emplacement des zones qui vibrent est bien déterminé par la fréquence excitatrice.

.../...

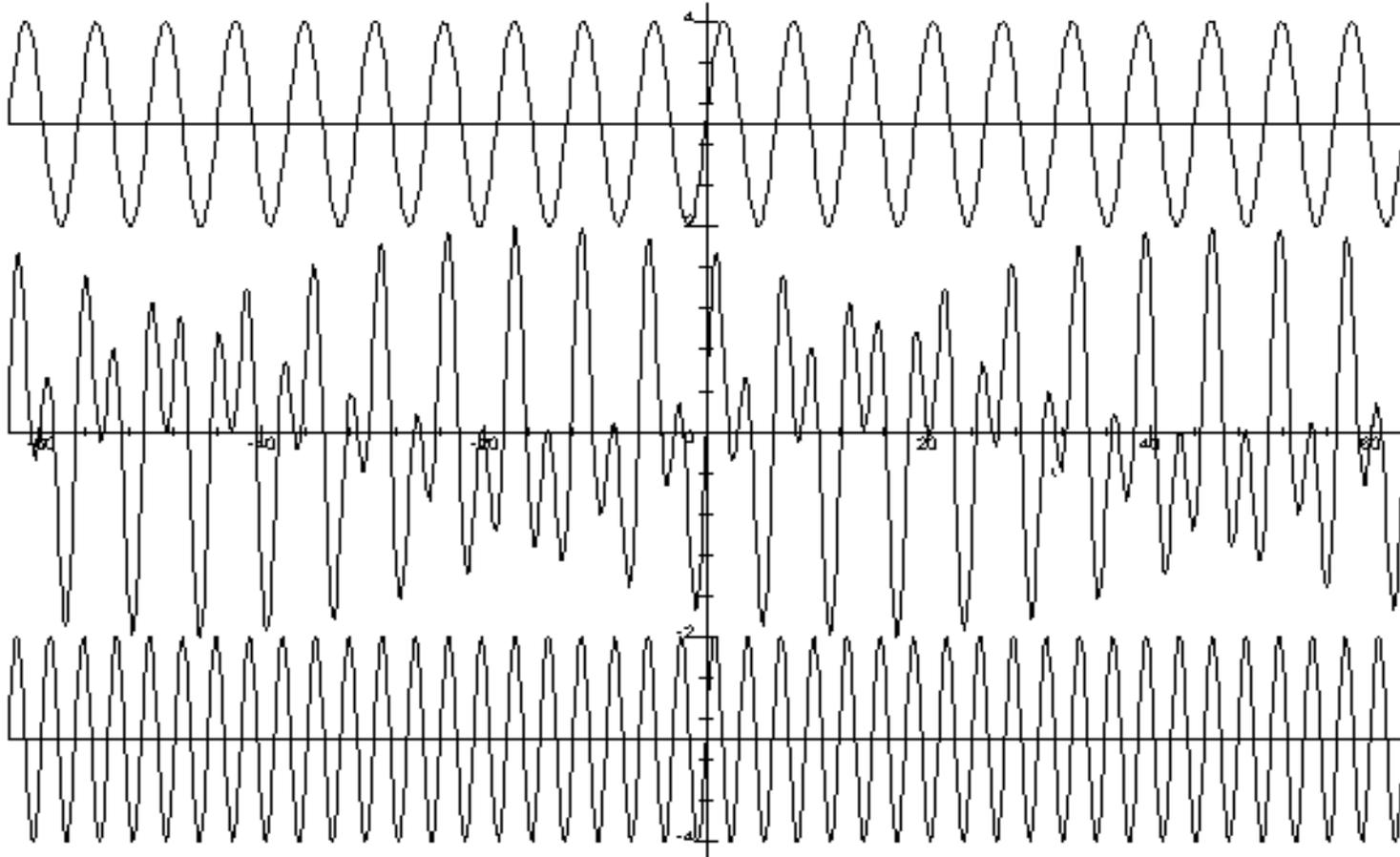
La membrane basilaire elle-même est soumise sur toute sa longueur à une vibration se propageant de la fenêtre ovale vers l'hélicotréma et qu'on qualifie ainsi de vibration transversale. Deux facteurs poussent alors cette onde à croître en amplitude : la diminution du diamètre de la cochlée, tout comme l'assouplissement progressif de la membrane basilaire, ceci dû au fait que cette dernière s'élargit en allant vers l'hélicotréma. Mais bientôt ces deux influences se trouvent contrecarrées par un autre phénomène, la masse croissante de la membrane basilaire et du liquide lymphatique en mouvement. Ainsi l'onde a-t-elle un maximum d'amplitude à un endroit donné de la membrane basilaire, pour s'annuler ensuite sur un peu plus de 2 mm. Les minuscules cellules de CORTI détectent ce maximum d'amplitude et le transmettent aux fibres nerveuses. Plus la fréquence de l'onde est élevée, plus ce maximum se situe près de la fenêtre ovale (à 10 mm pour 5000 Hz), plus la fréquence est grave, plus le maximum se rapproche de l'hélicotréma (à 30 mm de la fenêtre ovale pour 100 Hz).

Notion de bande critique



Comparaison de la dureté propre de Helmholtz à la bande critique. A gauche, la fonction de *dureté propre* choisie par Helmholtz pour représenter la dissonance de deux sons de fréquence variable produisant des battements d'égales intensités; à droite la courbe de dissonance de deux sons simples de fréquence variable, montrant l'étendue de la *bande critique*.

Battements du second ordre



Les battements sont figurés par la courbe du milieu qui est la somme algébrique de celle du haut (un son pur) et de celle du bas (son octave approximative : fréquence multipliée par 2,1).

Le fantôme du fondamental

Si l'on fait entendre un mélange de sons purs de fréquences f , $2f$, $3f$, $4f$, etc., l'oreille perçoit seulement un son complexe de fréquence f , mais avec un certain *couleur*, un certain *timbre*.

Que se passe-t-il si l'on émet des sons purs de fréquences $2f$, $3f$, $4f$, $5f$, etc.? Bien que le *fondamental* f manque, l'oreille perçoit un son de cette fréquence. Tout se passe comme si elle « comprenait » que le *plus grand commun diviseur* des fréquences est f . On a bien affaire, en effet, à un phénomène de *perception*.

Exemples :

440 Hz pur (*la*)



440 fois (1+2+3+4+5) Hz



440 fois (2+3+4+5) Hz (pas de 440 Hz)



Le fondamental manquant, une petite énigme

Que perçoit-on si le fondamental « qui manque » correspond à une fréquence inférieure à celle du seuil inférieur des possibilités auditives?

(par exemple, si l'on émet des sons purs de fréquences 40, 60, 80, 100, 120 Hz, dont le fondamental est de fréquence 20 Hz.)

Sur la voie....:

100 Hz pur



100+200+300+400+500 Hz



— 200+300+400+500 Hz



.....

Origine physique de la dissonance

Il est donc à la fois exact et exagéré de s'écrier avec Francès : "Hypothèse improbable et inutile que celle d'une projection sur la cochlée d'un phénomène qui ne se produit qu'entre deux ondes *aériennes* de période différente! Il est plus vraisemblable d'admettre avec R. Husson qu'il se produit, au niveau du nerf auditif une "pararésonance" élective pour des fréquences voisines de moins d'un ton et demi et plus écartées que 120 et 121 cycles par seconde. L'audition simultanée de deux sons simples ne reçoit un caractère dissonant que si une même fibre nerveuse est excitée par eux, ce qui n'arrive que pour un intervalle inférieur à 1,6 et supérieur à une dizaine de savarts. Ce caractère serait un "affaiblissement de la sensation de hauteur tonale dû au relancement de la même fibre nerveuse successivement par les deux sons émis, avec des alternatives plus ou moins rapides". (Francès, *op. cit.*, p. 364-365) Que la dissonance (au sens de pur "frottement" acoustique du reste, et non pas en son plein sens musical) ait son siège dans une fibre nerveuse et non exactement toujours dans une région de la membrane basilaire, c'est certainement vrai; mais cela n'enlève rien à cette découverte proprement helmholtzienne, que la dissonance se traduit par la présence physique d'un phénomène spécifique dans le corps humain.

(note tirée de mon *Histoire de l'acoustique musicale*, p. 171)

Réponse à la petite énigme du fondamental (vraiment) manquant

Réponse à cette énigme du fondamental manquant que jamais personne n'a entendu : on ne l'entend pas.

25 Hz pur (en dessous du seuil d'audition)



25+50+75+100+125 Hz



— 50+75+100+125 Hz



Publications personnelles

Patrice Bailhache, *Une histoire de l'acoustique musicale*, CNRS Éditions, Paris, 2001, 199 pages.

Textes disponibles sur Internet, au format html ou pdf, à l'adresse :

<http://patrice.bailhache.free.fr/thmusique/>

Autres publications :

Patrice Bailhache, *Leibniz et la théorie de la musique*, Klincksieck, collection « Domaine musicologique », Paris, 1992, 158 pages.

Gassendi, *Initiation à la théorie ou partie spéculative de la musique*, trad. du latin, introduction et notes, 113 pages.

Bibliographie

Amann Dominique, *Gammes, accords, tempéraments*, édité par l'auteur, Toulon, 2000, 159 p.

Aristoxène De Tarente, *Éléments harmoniques*, in Ruelle Ch. Émile, *Éléments harmoniques d'Aristoxène traduits en français pour la première fois d'après un texte revu sur les sept manuscrits de la Bibliothèque nationale et sur celui de Strasbourg*, Paris 1871. Voir également : Aristoxeni, *Elementa harmonica*, Rosetta Da Rios recensuit, Scriptorum Graeci et Latini consilio Academiae Lynceorum editi, Romae, 1954.

Asselin Pierre-Yves, *Musique et tempérament*, Costallat, Paris, 1985, iv-236 p.

Backus John, *The acoustical foundations of music*, Norton, New York, 1969, 312 p.

Bailhache Patrice, "Valeur actuelle de l'acoustique musicale de Helmholtz", *Revue d'Histoire des Sciences*, XXXIX/4, 1986, pp. 301-324.

Bailhache Patrice, *Leibniz et la théorie de la musique*, Klincksieck, coll. "Domaine musicologique", Paris, 1992.

Bailhache Patrice, bibliographie et articles "en ligne" sur le site Internet : <http://patrice.bailhache.free.fr>

Barbour J. Murray, *Tuning and temperament, A historical survey*, Da Capo Press, New York, 1972.

Békésy Georg von, *Experiments in hearing*, McGraw-Hill, New York, 1960, 745 p.

Békésy Georg von, "Synchronism of neural discharges and their demultiplication in pitch perception on the skin and hearing", *Journal of the Acoustical Society of America*, n° 31, 1959, pp. 338-349.

Bélis Annie, *Aristoxène de Tarente et Aristote : le Traité d'harmonique*, Paris, Klincksieck, 1986, 274 p.

Benade Arthur H., *Fundamentals of musical acoustics*, Oxford University Press, New York, London, Toronto, 1976; Second, Revised, Dover Publications Inc., New York, 1990.

Boèce, *De institutione musica*, English transl. Boethius, *Fundamentals of music*, translated, with introduction and notes by Calvin M. Bower; edited by Claude V. Palisca, Yale University Press, New Haven & London, 1989, xliv-205 p.

Boèce, *Institution arithmétique*, texte établi et traduit par Jean-Yves Guillaumin, Les Belles Lettres, Paris, 1995.

Broadhouse John, *Musical Acoustics, or the phenomena of sound as connected with music*, Scholarly Press, S' Clair Shores (Michigan), 1972, 440 p. [1^{re} édition 1881].

Buzon Frédéric de, "Descartes, Beeckman et l'acoustique", *Archives de philosophie*, 44, 1983, pp. 647-653.

Buzon Frédéric de, "Science de la nature et théorie musicale chez Isaac Beeckman (1588-1637)", *Revue d'histoire des sciences*, XXXVIII/2, 1985, pp. 97-120.

Chailley Jacques, *Histoire musicale du Moyen Age*, P.U.F., Paris, 1950.

Chailley Jacques, *La musique grecque antique*, Les Belles Lettres, Paris, 1979.

Charrak André, *Musique et philosophie à l'âge classique*, P.U.F., Paris, 1998, 135 p.

Charrak André, "Musique" in *Descartes et la science*, série de 7 films vidéo réalisés par Jean-Claude Tertrais sous la direction de Vincent Jullien, ENS Fontenay/Saint-Cloud, 1999, 30 mn.

[Cohen H. Floris](#), *Quantifying Music, The science of music at the first stage of the scientific revolution, 1580-1650*, Reidel Pub. Company, Dordrecht, Boston, Lancaster, 1984.

Culver Aaron, *Musical acoustics*, New York, McGraw-Hill, 4^o éd.1956, 305 p. [1^{re} édition 1941].

D'Alembert Jean Le Rond —, *Eléments de musique suivant les principes de M. Rameau*, 2^e édition, 1779 (réédition récente : Editions d'aujourd'hui, "Les introuvables", Plan-de-la-Tour, 1984 [1^{re} édition 1752]).

Delattre Joëlle, "Rapports numériques et harmonie en Grèce ancienne : néo-pythagorisme et médio-platonisme aux I^{er} et II^e siècles de notre ère", *Contribution à une approche historique de l'enseignement des mathématiques*, Actes de la 7^e Université d'été interdisciplinaire sur l'histoire des mathématiques (Nantes, 12-17 juillet 1997), I.R.E.M. des Pays de la Loire, Nantes, 1999, pp. 293-314.

Descartes, *Abrégé de musique (Compendium Musicae)*, édition nouvelle, traduction, présentation et notes par Frédéric de Buzon, PUF, Paris, 1987.

Euler Leonhard, *Tentamen novae theoriae musicae ex certissimis harmoniae principiis dilucide expositae*, in *Opera Omnia*, series tertia, volumen primum, "Opera physica, miscellanea, epistolae"; Lipsiae et Berolini, 1926 [1^{re} édition du *Tentamen...* : 1739]. Trad. fr. *Essai d'une nouvelle théorie de la musique*, in *Oeuvres Complètes en Français* de L. Euler, Éditées par l'association des capitaux intellectuels pour favoriser le développement des sciences physiques et mathématiques (tome 5), Bruxelles.

Fechner Gustav Theodor, *Elemente der Psychophysik*, Breitkopf & Härtel, Leipzig, 1861, 2 vol., 336 et 572 p.

Fichet Laurent, *Les théories scientifiques de la musique, XIX^e et XX^e siècles*, Vrin, Paris, 1996, 382 p.

Fichet Laurent, *Le langage musical baroque, éléments et structures*, Zurfluh, Bourg-la-Reine, 2000, 175 p.

Francès Robert, *La perception de la musique*, Vrin, Paris, 1958 (2^e édition, 1984).

Galilée (Galileo Galilei), *Discorsi intorno a due nuove scienze*, 1638; trad. fr. de Maurice Clavelin, *Discours et démonstrations mathématiques concernant deux sciences nouvelles*, A. Colin, Paris, 1970.

Gevaert François-Auguste, *Histoire et théorie de la musique de l'antiquité*, Typ. C. Annot-Braeckman, Gand, 1875-81, 2 vol. illustrés (réédition G. Olms, Hildesheim, 1965).

Hellegouarch Yves, "L' "Essai d'une nouvelle théorie de la musique" de Leonhard Euler", exposé oral de 1986, ADEREM de Caen, 1991, No 35, (réédité par l'IREM de Paris-Nord, brochure 50, 1988), 49 p.

Helmholtz Hermann von, *Théorie physiologique de la musique*, trad. fr. par Georges Guérout, Paris, Masson & Fils, 1868, 544 p. Titre original : "*Die Lehre von den Tonempfindungen als physiologische Grundlage für die Theorie der Musik*", Braunschweig, 1863. Fac-similé de la traduction de 1868 : Jacques Gabay, Paris, 1990, 544 p.

Husson Raoul Nicolas, "Étude expérimentale des conditionnements acoustiques, physiologiques et psychophysiologiques de l'esthétique musicale", *Cahiers d'acoustique, Annales des télécommunications*, 1953.

Huygens Christiaan, *Le cycle harmonique*, (Rotterdam 1691), *Novus cyclus harmonicus* (Leiden 1724), with Dutch and English translations, edited by Rudolf Rasch, The Diapason Press, Utrecht, 1986.

Jamblique, *Vie de Pythagore*, Introduction, traduction et notes par Luc Brisson et A. Ph. Segonds, Les Belles Lettres, Paris, 1996.

Kepler Johannes, *Harmonices mundi*, in *Gesammelte Werke*, Munich, 1937 -; 1^{re} édition en 1619. Traduction française de Jean Peyroux, *L'harmonie du monde*, éditions Bergeret, Bordeaux, 1977, viii-425 p.

Knobloch Eberhard, "Musiktheorie in Eulers Notizbüchern", *NTM-Schriftenr. Gesch. Naturwiss., Technik, Med.*, Leipzig, 24 (1987) 2, p. 63-76.

Lasserre François, *Plutarque, De la musique*, Texte, traduit et commenté, précédé d'une étude sur l'éducation musicale dans la Grèce antique, Lausanne, 1954.

Lattard Jean, *Gammes et tempéraments musicaux*, Masson, Paris, 1988, xii-132 p.

Lattard Jean, *Musique : gammes et tempéraments*, Diderot Multimedia, Paris, 1997, xiv-226 p.

Leipp Émile, *Acoustique et musique*, Masson, Paris, 1996, 4^e édition, viii-376 p.

Mersenne Marin, *Harmonie universelle, Contenant La théorie et la pratique de la musique*, Paris, 1636; édition fac-similé du C.N.R.S., Paris, 1975 (trois tomes).

Nicomaque De Gérase, *Enchiridion (Manuel d'harmonie)*, trad. angl. in A. Barker, *Greek musical writings II*, Cambridge, 1989.

Palisca C.V., "Scientific empiricism in musical thought", in H.H. Rhys (ed.), *Seventeenth century science and arts*, Princeton, 1961, pp. 91-137.

Pierce John Robinson, *Le son Musical*, Paris, Belin, 1984, 242 p.

Plomp Reinier, *Experiments on tone perception*, Soesterberg, Institute for perception, 1966, 167 p. Deuxième édition: *Aspects of tone sensation: a psychological study*, Academic Press, London, New York, San Francisco, 1976, 167 p.

Porphyre, *Vie de Pythagore, Lettre à Marcella*, Les Belles Lettres, Paris, 1982.

Rameau Jean-Philippe :

Complete Theoretical Writings, ed. E.R. Jacobi, 6 vol., American Institute of Musicology, 1966-1972 (fac-similé de l'intégrale des traités).

Traité de l'harmonie réduite à ses principes naturels, Ballard, Paris, 1722, 432 p. (fac-similé : Klincksieck, 1986).

Nouveau système de musique théorique, Paris, 1726 (fac-similé : Zurfluh, 1996).

Génération harmonique, Paris, Prault fils, 1737, 227 p.

Démonstration du principe de l'harmonie, Paris, 1750.

Nouvelles réflexions sur le principe de l'harmonie, Durand, Paris, 1752, 87 p.

Risset Jean-Claude, "Timbre et synthèse des sons", *Analyse Musicale* n°3, avril 1986, pp. 9-22.

Roederer Juan G., *Introduction to the physics and psychophysics of music*, Springer Verlag, New York, Heidelberg, Berlin, 1973, 161 p. (autres éditions : 1975, 1979,...).

Ruelle Charles-Émile, *L'introduction harmonique de Cléomide; La division du canon d'Euclide le géomètre; Canons harmoniques de Florence*, Traduction française avec commentaire perpétuel (sic) par Ch. E. Ruelle, Firmin-Didot, Paris, 1884, 66 p.

Sauveur Joseph, *Collected Writings on Musical Acoustics (Paris 1700-1713)*, edited by Rudolf Rasch, The Diapason Press, Utrecht, 1984.

Savart Félix, *Mémoire sur la construction des instruments à cordes et à archet*, in: Maigne W., *Nouveau manuel du luthier*, Roret, Paris, 1894, 404 p.

Spiesser Maryvonne, "Les médiétés dans la pensée grecque", *Sciences et techniques en perspective*, "Musique et mathématiques", 23, 1993.

Stumpf Karl, "Konsonanz und Dissonanz", *Beiträge zur Akustik und Musikwissenschaft*, n°1, 1898 (K. Stumpf éd.)

Szabó Arpád, *Les débuts des mathématiques grecques*, trad. fr. M. Federspiel, Vrin, Paris, 1977.

Werckmeister Andreas, *Musicalische Temperatur* (Quedlinburg 1691), edited by Rudolf Rasch, The Diapason Press, Utrecht, 1983.

Zarlino Giuseppe, *Istituzioni harmoniche, divise in quattro parti*, 1^{re} édition Venise, 1558.