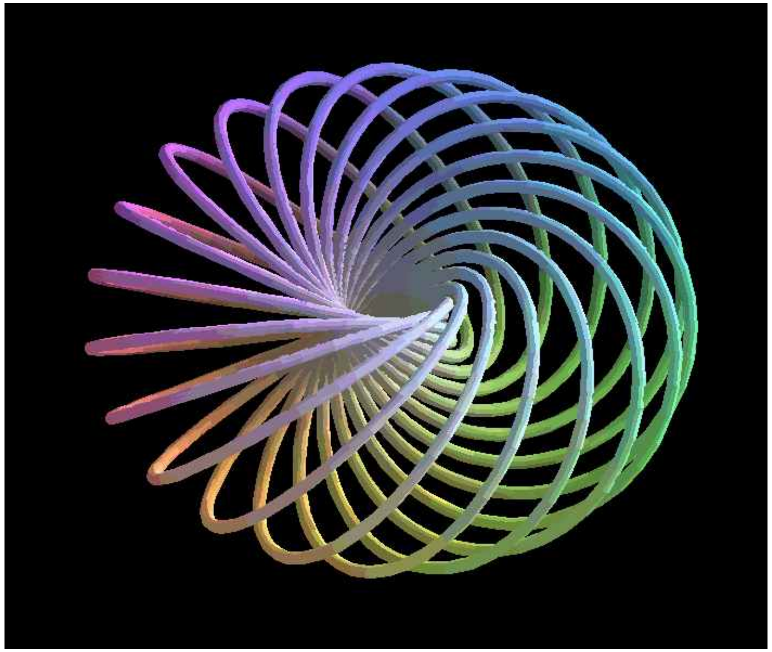
Séminaire MaMuX

IRCAM, 11 mars 2006

Tresses néoriemaniennes
Quelques applications de théorie des noeuds

Franck. Jedrzejewski@Cea.fr



Fréquences

$$Freq = 2^r . 3^s . 5^t$$

	Freq	r	s	t
C	1	0	0	0
Db	16/15	4	-1	-1
D	9/8	-3	2	0
Eb	6/5	1	1	-1
E	5/4	-2	0	1
F	4/3	2	-1	0
F#	45/32	-5	2	1
G	3/2	-1	1	0
Ab	8/5	3	0	-1
A	5/3	0	-1	1
Bb	16/9	4	-2	0
B	15/8	-3	1	1

Rapport de fréquences = F1/F2

unisson = 1
octave = 2
quinte juste = 3/2
tierce majeure juste = 6/5

Valeurs en cents

1200 log (F1/F2) / log(2)

1 octave = 1200 cents
1 demi-ton tempéré = 100 cents

Système tempéré

Division de l'octave en 12 parties égales
demi-ton = 2^(1/12) = 100 cents

Tempéraments et Systèmes acoustiques

Ensemble de fréquences choisies dans un intervalle donné

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{q} = 2^{p}$$

L'équation n'a pas de solution entière.

12 quintes $\cong$ 7 octaves

$$\text{Comma pythagoricien} = \frac{\text{12 quintes}}{\text{7 octaves}} = \frac{(3/2)^{12}}{2^{7}} = \frac{531441}{524288} = \text{23 cents}$$

$$\text{Comma syntonique} = \frac{\text{1 tierce pythagoricienne}}{\text{1 tierce naturelle}} = \frac{81/64}{5/4} = \frac{81}{80}$$

$$= \text{22 cents}$$

Tempéraments et Systèmes acoustiques

- Systèmes tempérés et micro-tempérés

Systèmes à n degrés : $X = a^{n}$ $a = 2^{1/n}$

- Systèmes pythagoriciens

Répétition de la quinte naturelle (3/2) - Répartition du comma pythagoricien

- Systèmes mésotoniques

Quinte diminuée d'une fraction de Cs - Répartition du comma syntonique

- Tempéraments historiques

Différentes partitions

- Systèmes harmoniques

Fondés sur la suite des sons harmoniques naturels

- Systèmes non-octaviants

Serge Cordier (TEQJ) - Wendy Carlos - Bohlen-Pierce, etc...

- Systèmes "justes"

Harry Partch - Ben Johnston - Ervin Wilson, etc...

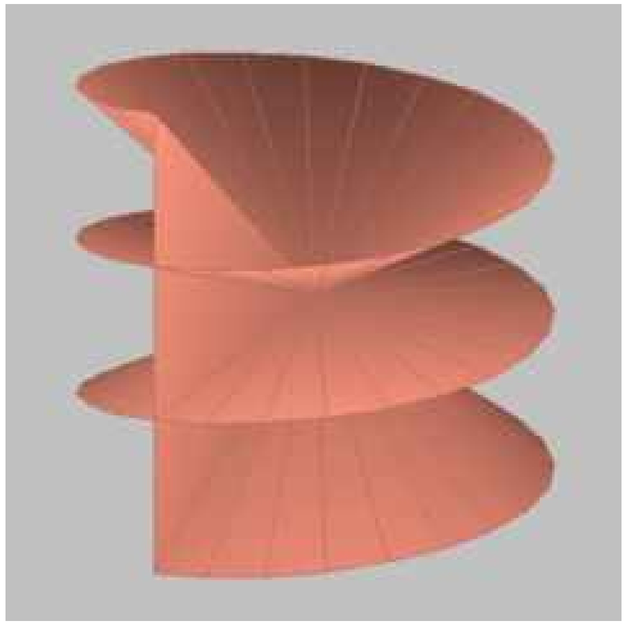
Spirale des quintes

Fx	Cx	Gx	Dx	Ax	Ex	
$3^{13}/2^{20}$	$3^{14}/2^{22}$	$3^{15}/2^{23}$	$3^{16}/2^{25}$	$3^{17}/2^{26}$	$3^{18}/2^{28}$	
F#	C#	G#	D#	A#	E#	B#
$3^{6}/2^{9}$	$3^{7}/2^{11}$	$3^{8}/2^{12}$	$3^{9}/2^{14}$	$3^{10}/2^{15}$	$3^{11}/2^{17}$	$3^{12}/2^{19}$
F	C	G	D	A	E	B
$2^{2}/3$	1	3/2	$3^{2}/2^{3}$	$3^{3}/2^{4}$	$3^{4}/2^{6}$	$3^{5}/2^{7}$
Fb	Cb	Gb	Db	Ab	Eb	Bb
$2^{13}/3^{8}$	$2^{12}/3^{7}$	$2^{10}/3^{6}$	$2^{8}/3^{5}$	$2^{7}/3^{4}$	$2^{5}/3^{3}$	$2^{4}/3^{2}$
					Ebb	Bbb
					$2^{18}/3^{10}$	$2^{16}/3^{9}$

Sur la surface log(z)

Systèmes à n sons

surface : $z^{1/n}$



Systèmes cycliques

On se fixe un nombre w (e.g. w=3)
On considère la suite :

$$\ldots, \frac{1}{w^3}, \frac{1}{w^2}, \frac{1}{w}, 1, w, w^2, w^3, \ldots$$

Pour la valeur w = 3, on a

. . ., 1/27, 1/9, 1/3, 1, 3, 9, 27, . . .

Les valeurs sont recadrées dans [1, 2] :

. . ., 32/27, 16/9, 4/3, 1, 3/2, 9/8, 27/16, . . .

Puis réordonnées par ordre croissant

Pour chaque n (= nombre de sons) , on obtient un système acoustique différent

Ces systèmes s'emboitent les uns dans les autres comme des poupées russes

Le plus petit écart intervallaire de chaque échelle est un comma

Systèmes cycliques

Cas des échelles pythagoriciennes : w = 3

- Pour {1/3, 1, 3} on a {C(1), F (4/3), G (3/2)}
  L3 = c1 c2 c1

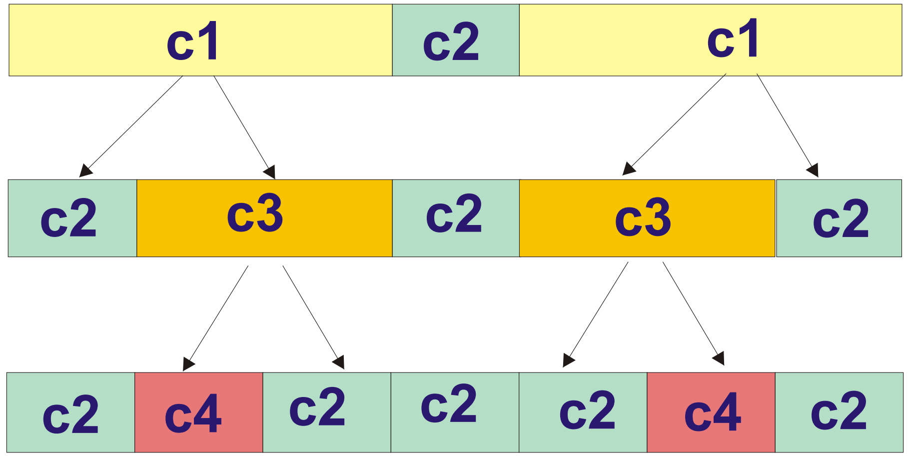
avec c0 = 3/2, c1 = 4/3 et c2 = c0/c1 = 9/8

- Pour {1/9, 1/3, 1, 3, 9 } on a
  L5 = c2 c3 c2 c3 c2

avec c3= c1/c2 = 32/27

- Pour k = 3, n = 2k+1 = 5,
  L7 = c2 c4 c2 c2 c2 c4 c2

avec c4= c3/c2 = 256/243



Echelles pythagoriciennes			
3	2 c1	1 c2	c2 = c0/c1 = 9/8 = 204 cents
5	3 c2	2 c3	c3 = c1/c2 = 32/27 = 294 cents
7	5 c2	2 c4	c4 = c3/c2 = 256/243 = 90 cents
12	7 c4	5 c5	c5 = c2/c4 = 2187/2048 = 114 cents
17	12 c4	5 c6	c6 = c5/c4 = $3^{12}/2^{19}$ = 23 cents
29	17 c6	12 c7	c7 = c4/c6 = $2^{27}/3^{17}$ = 67 cents
41	29 c6	12 c8	c8 = c7/c6 = $2^{46}/3^{29}$ = 43 cents
53	41 c6	12 c9	c9 = c8/c6 = $2^{65}/3^{41}$ = 2 cents
65	53 c9	12 c10	c10 = c6/c9 = $3^{53}/2^{84}$ = 3.6 cents

Plis des quintes

Distinguer “quinte juste” et “quinte pliée”

Rapport acoustique

$\xrightarrow{P}$ F2/F1 = 3/2

$\xrightarrow{Q}$ F2/F1 = 3/4

$$\text{Fx} \xrightarrow{Q} \text{Cx} \xrightarrow{P} \text{Gx} \xrightarrow{Q} \text{Dx} \xrightarrow{P} \text{Ax} \xrightarrow{Q} \text{Ex}$$

$$3^{13}/2^{20} \quad 3^{14}/2^{22} \quad 3^{15}/2^{23} \quad 3^{16}/2^{25} \quad 3^{17}/2^{26} \quad 3^{18}/2^{28}$$

$$\text{F\#} \xrightarrow{Q} \text{C\#} \xrightarrow{P} \text{G\#} \xrightarrow{Q} \text{D\#} \xrightarrow{P} \text{A\#} \xrightarrow{Q} \text{E\#} \xrightarrow{Q} \text{B\#} \xrightarrow{P}$$

$$3^{6}/2^{9} \quad 3^{7}/2^{11} \quad 3^{8}/2^{12} \quad 3^{9}/2^{14} \quad 3^{10}/2^{15} \quad 3^{11}/2^{17} \quad 3^{12}/2^{19}$$

$$\text{F} \xrightarrow{Q} \text{C} \xrightarrow{P} \text{G} \xrightarrow{Q} \text{D} \xrightarrow{P} \text{A} \xrightarrow{Q} \text{E} \xrightarrow{P} \text{B} \xrightarrow{Q}$$

$$2^{2}/3 \quad 1 \quad 3/2 \quad 3^{2}/2^{3} \quad 3^{3}/2^{4} \quad 3^{4}/2^{6} \quad 3^{5}/2^{7}$$

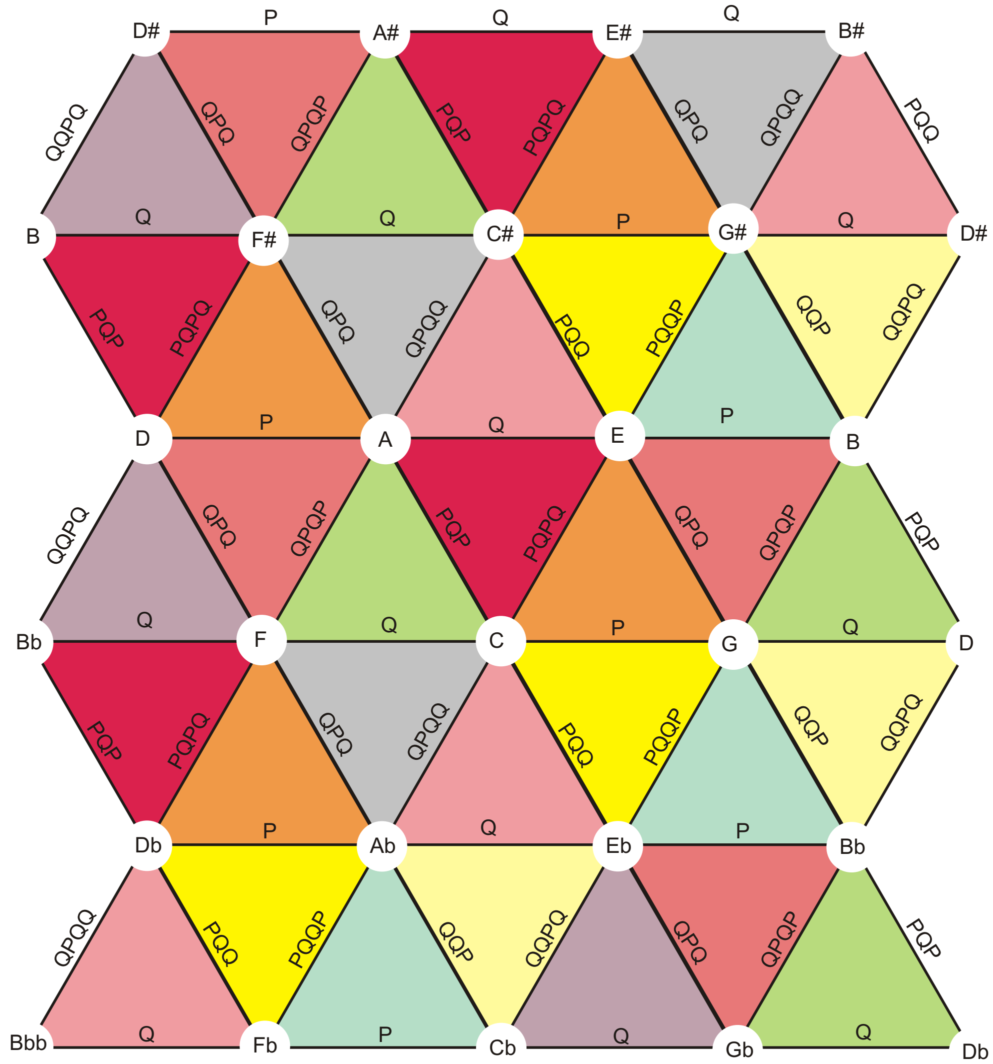
$$\text{Fb} \xrightarrow{P} \text{Cb} \xrightarrow{Q} \text{Gb} \xrightarrow{Q} \text{Db} \xrightarrow{P} \text{Ab} \xrightarrow{Q} \text{Eb} \xrightarrow{P} \text{Bb} \xrightarrow{Q}$$

$$2^{13}/3^{8} \quad 2^{12}/3^{7} \quad 2^{10}/3^{6} \quad 2^{8}/3^{5} \quad 2^{7}/3^{4} \quad 2^{5}/3^{3} \quad 2^{4}/3^{2}$$

$$\text{Ebb} \xrightarrow{Q} \text{Bbb} \xrightarrow{Q}$$

$$2^{18}/3^{10} \quad 2^{16}/3^{9}$$

Réseau de Hostinsky



C - C# = PQPQPQQ

C - B# = PQPQPQQPQPQQ

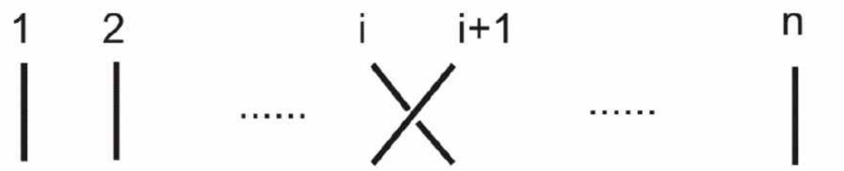
Groupe des tresses

Groupe de Artin Bn :

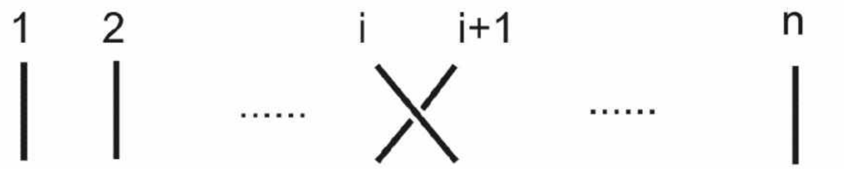
Générateurs : $\sigma_1, \ldots, \sigma_{n-1}$

Relations :

$$
\begin{array}{ll}
\sigma_i \sigma_i^{-1} = \sigma_i^{-1} \sigma_i = 1 & \\
\sigma_i \sigma_j = \sigma_j \sigma_i & si\ |j-i| \geq 2\ pour\ i,j = 1,2,\ldots,n-1 \\
\sigma_i \sigma_{i+1} \sigma_i = \sigma_{i+1} \sigma_i \sigma_{i+1} & i = 1,2,\ldots,n-2
\end{array}
$$



σ_i



σ_i^{-1}

Groupe de Artin B3 :

Deux générateurs P et Q et une relation PQP = QPQ

Représentation des tresses

$$P = \begin{pmatrix} -t & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad Q = \begin{pmatrix} 1 & t \\ 0 & -t \end{pmatrix}$$

$PQP = QPQ$

$(PQ)^6 = (QP)^6 = t^6\ Id$

Si $t = 1$, $B3 = S3$ = Groupe symétrique $PP=QQ=1$

$\det(1-X) = \Delta(t)(1 + t + t^2)$ Proportionnel au polynome d'Alexander

$\log(\det X)(1)$ = numero de quinte

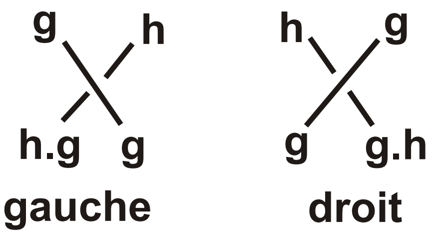
$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad F = Q^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1/t \end{pmatrix}$$

$$C - C\# = PQPQPQQ = \begin{pmatrix} t^3 & t^4 \\ 0 & -t^4 \end{pmatrix} \qquad \det(PQPQPQQ) = -t^7$$

$$D - Db = (PQPQQ)^{-1} = \begin{pmatrix} (1-t)/t^3 & -1/t \\ -1/t^4 & 0 \end{pmatrix} \qquad \det(PQPQQ)^{-1} = -1/t^5$$

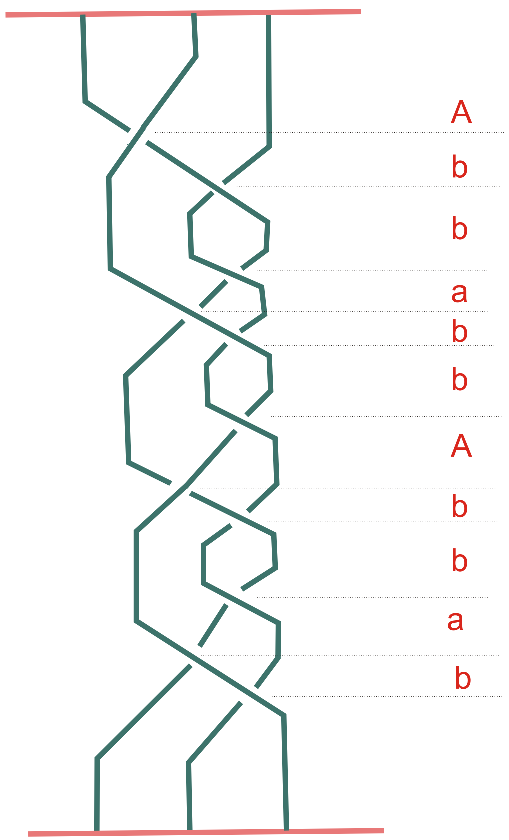
Tresses et noeuds

Types de croisement

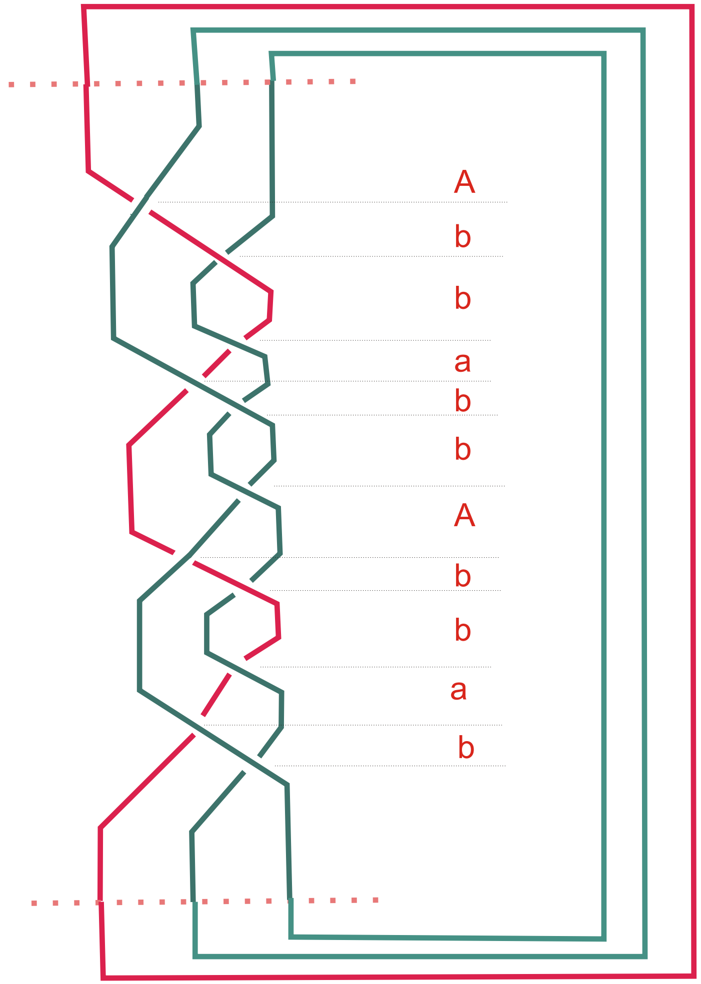


Tresses → Fermeture d'une tresse → **Noeuds Entrelacs**

Noeuds Entrelacs → Algorithme de Vogel → **Tresses**



Fermeture d'une tresse →



Mot caractéristique de la tresse : AbbabbAbbab
Croisement droit = majuscule

Enharmonie

Calcul des commutateurs $[x, y] = x\,y\,x^{-1}y^{-1}$

$PQP = QPQ$ $\quad P = QPQP^{-1}Q^{-1} = Q\,.\,[P, Q]$

$Q = PQPQ^{-1}P^{-1} = P\,.\,[Q, P]$

$(PQ)^6 = (QP)^6 = t^6\ Id$

Exemple

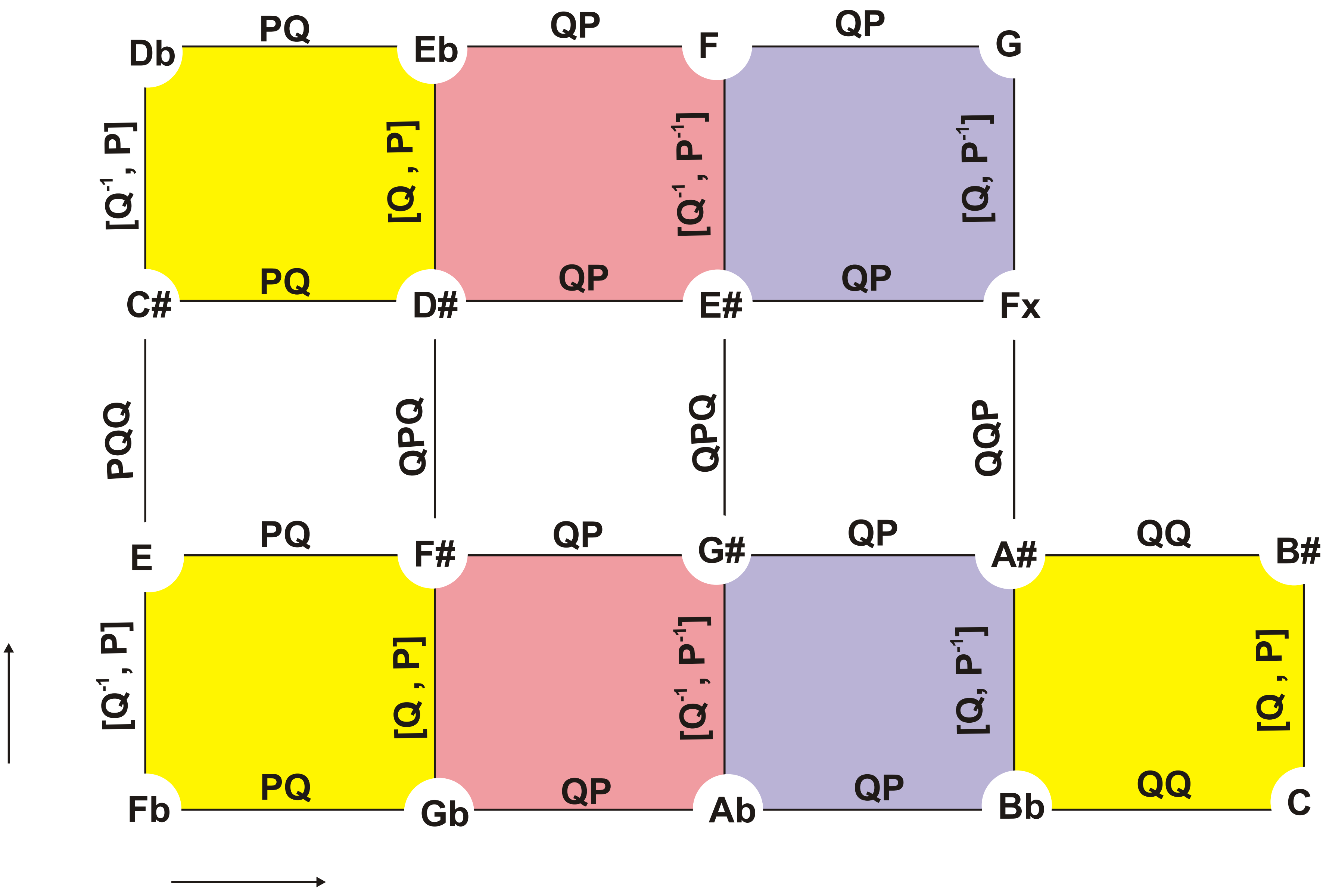
Db - C# = PQPQQPQPQPQQ

Db - C# = PPQPQPQPQPQQ

$Db - C\# = P(PQ)^5Q$

$Db - C\# = P(PQ)^{-1}Q = t^6.PQ^{-1}P^{-1}Q = t^6.\ [P, Q^{-1}]$

Tresses néoriemaniennes



Thomas Noll - SL(2, Z)

Posons t=-1 x=-P et y =-Q

$$(PQ)^6 = (QP)^6 = t^6 \, Id$$

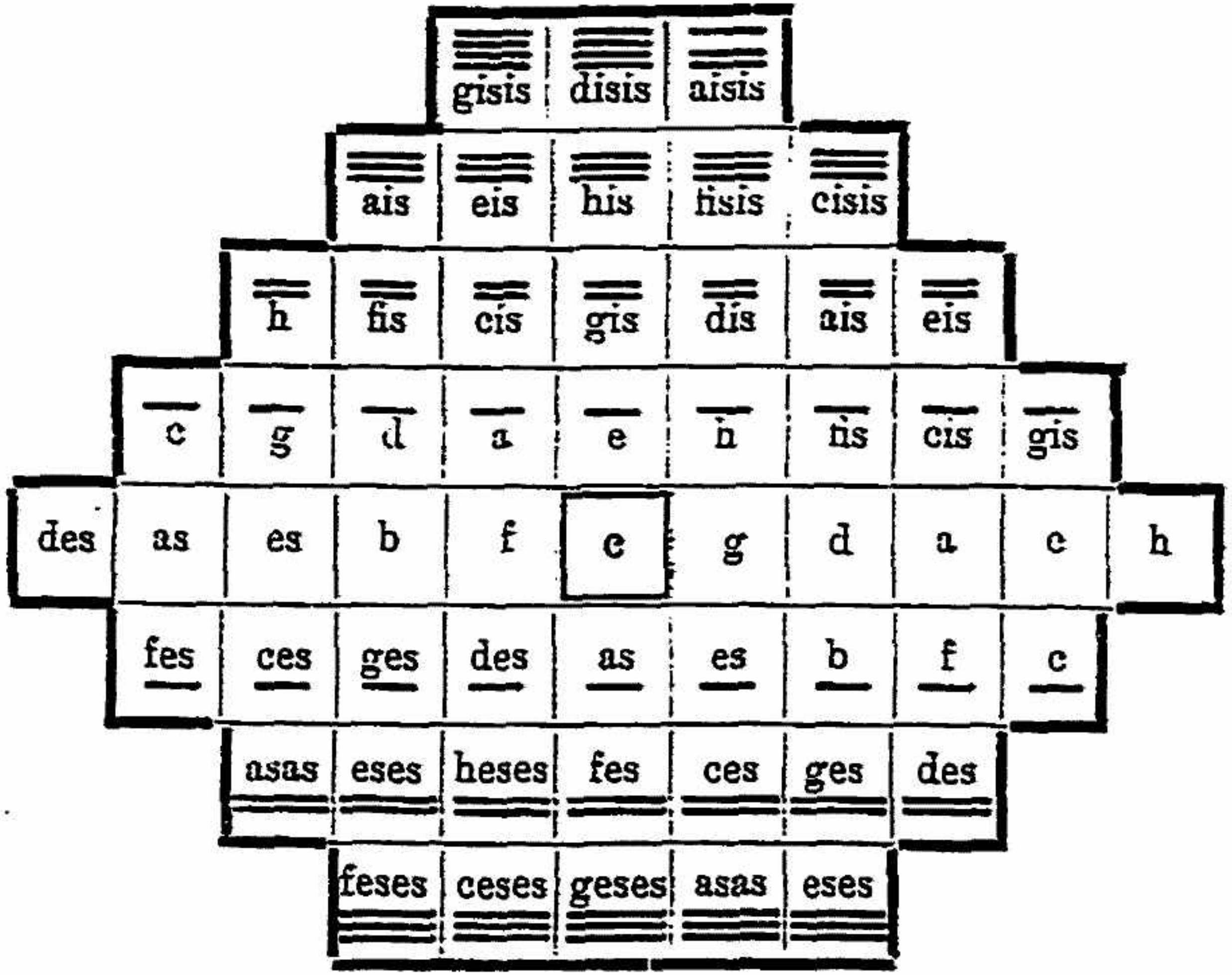
$$SL(2,Z) = < x, y \mid xyx = yxy \,,\, (xy)^6 = 1 >$$

Suite exacte (modèle proposé par Thomas NOLL)

$$1 \longrightarrow SL(2,Z)' \longrightarrow SL(2,Z) \longrightarrow Z/12Z \longrightarrow 1$$

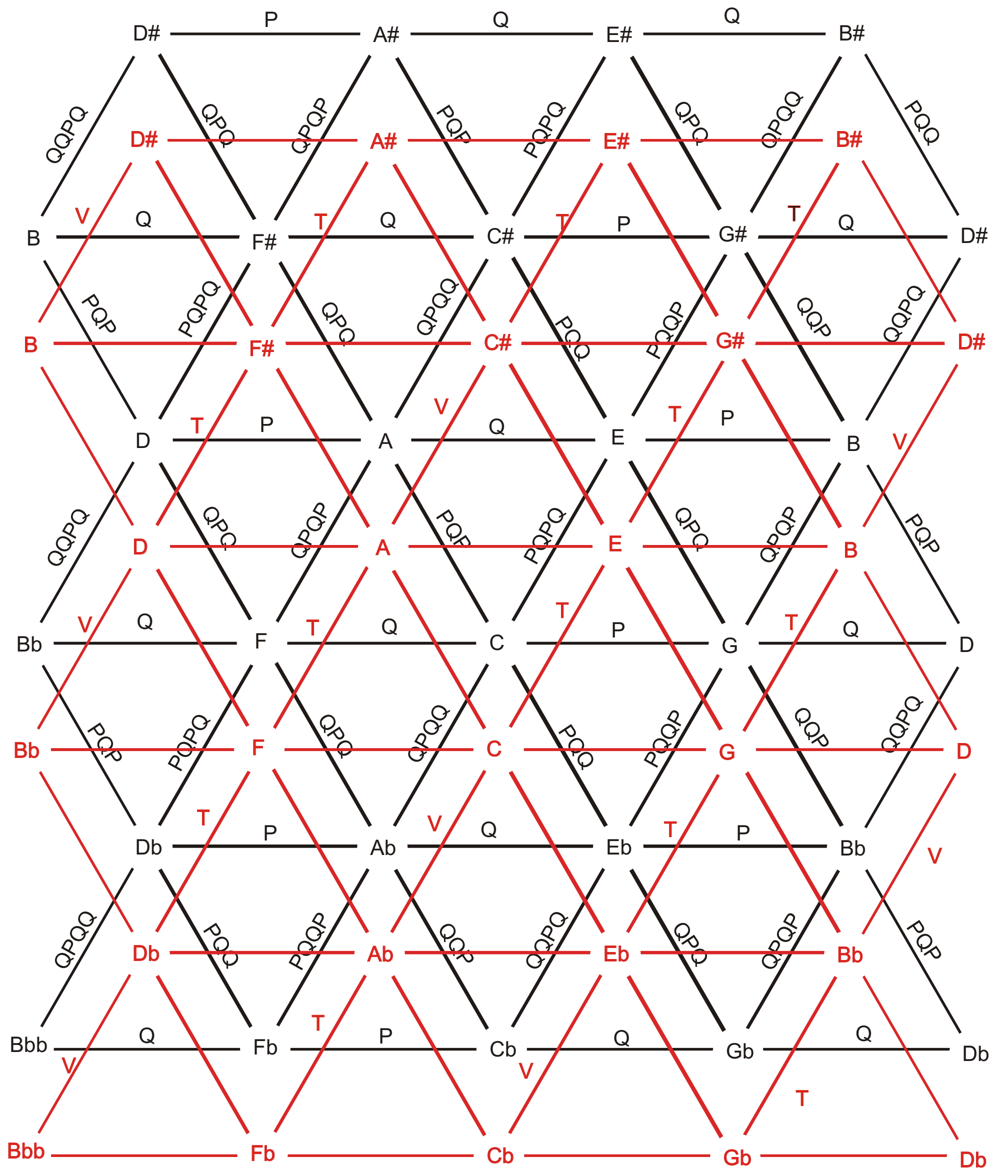
Tresses néoriemaniennes

Hugo Riemann



Croiser les quintes justes (3/2) et les tierces majeures (5/4)

Tresses néoriemaniennes



T = 5/4 et V = 5/8

Action du Groupe des tresses B5

P = b1 Q = b2 V = b3 T = b4

b1b2b1 = b2b1b2
b2b3b2 = b3b2b3
b3b4b3 = b4b3b4

b1b3 = b3b1
b1b4 = b4b1
b2b4 = b4b2

Plusieurs modèles d'enharmonie

E = 5/4 et E' = 81/64
si E = E' alors
5 = 81/16 cad Cs=1

Noeuds dodecaphoniques

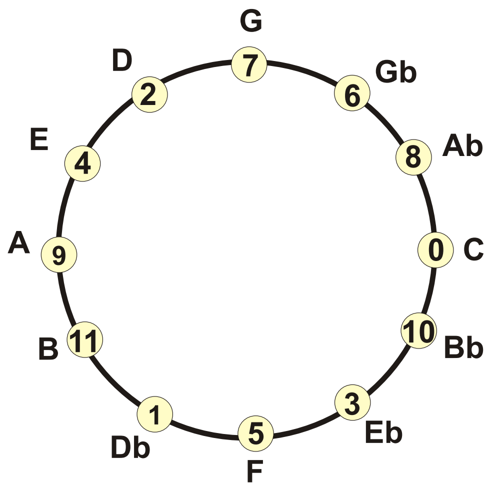
Comment construire un diagramme de Gauss pour une série de 12 sons ?

1) Choisir une série :

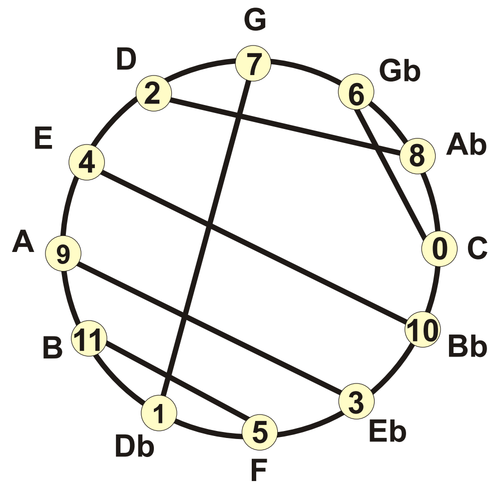
C, Ab, Gb, G, D, E, A, B, Db, F, Eb, Bb

0, 8, 6, 7, 2, 4, 9, 11, 1, 5, 3, 10

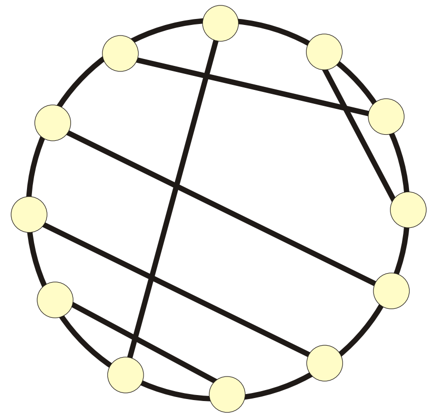
2) Placer les notes sur un cercle



3) Joindre les tritons

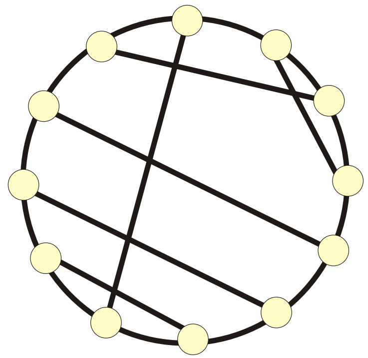


4) Ne conserver que la structure



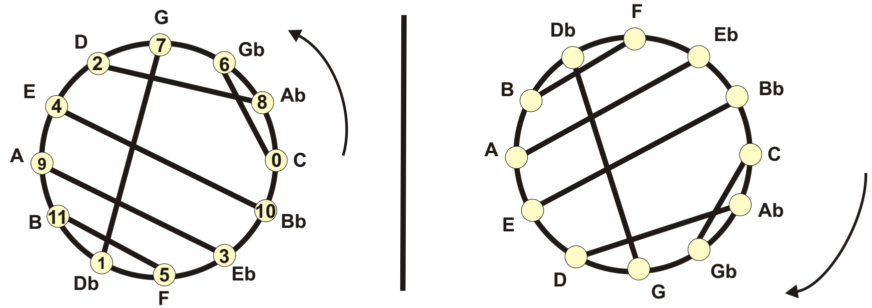
Noeuds dodecaphoniques

Un seul diagramme de Gauss représente les 48 formes dérivées de la série



1 - Transpositions : ont la même structure tritonique (Rotations)

2 - Retrogradation : symétrie miroir et rotation

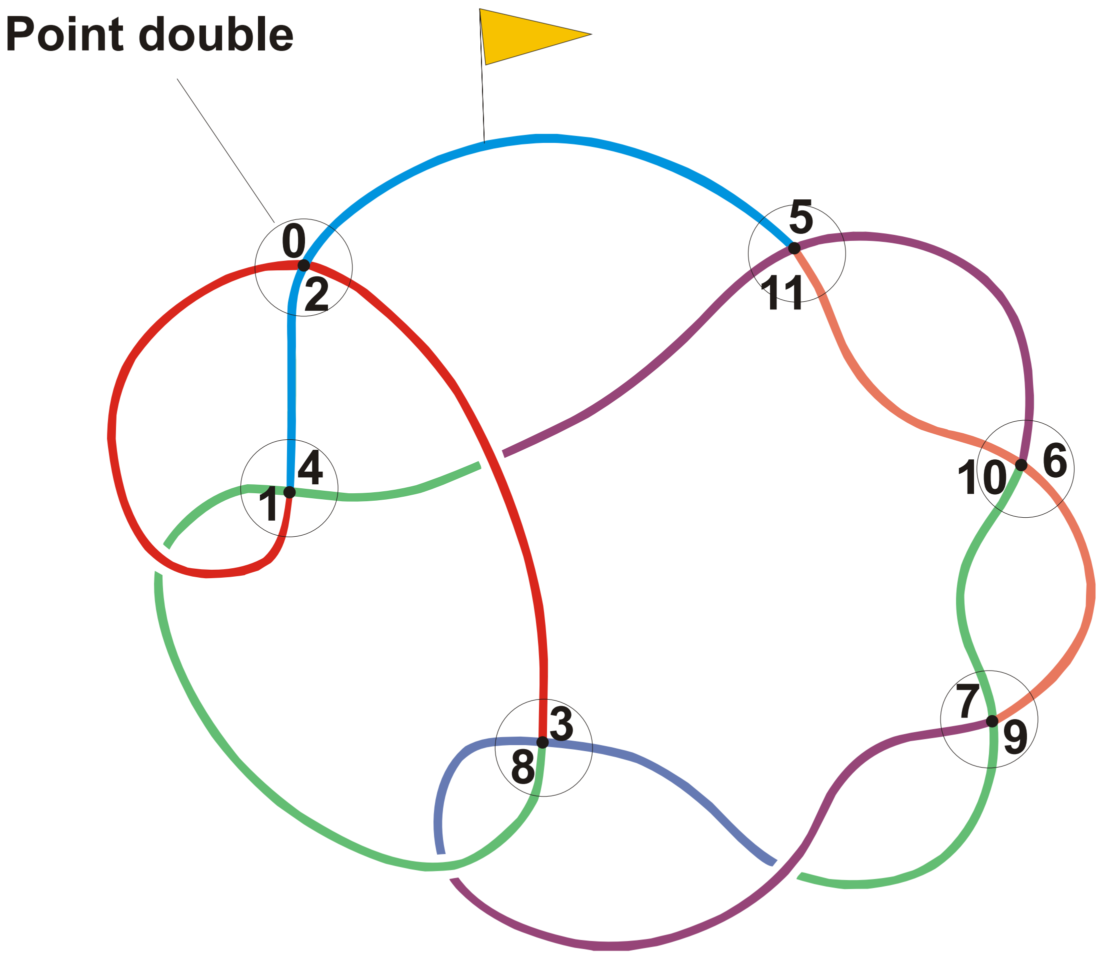


3 - Renversement : même structure tritonique

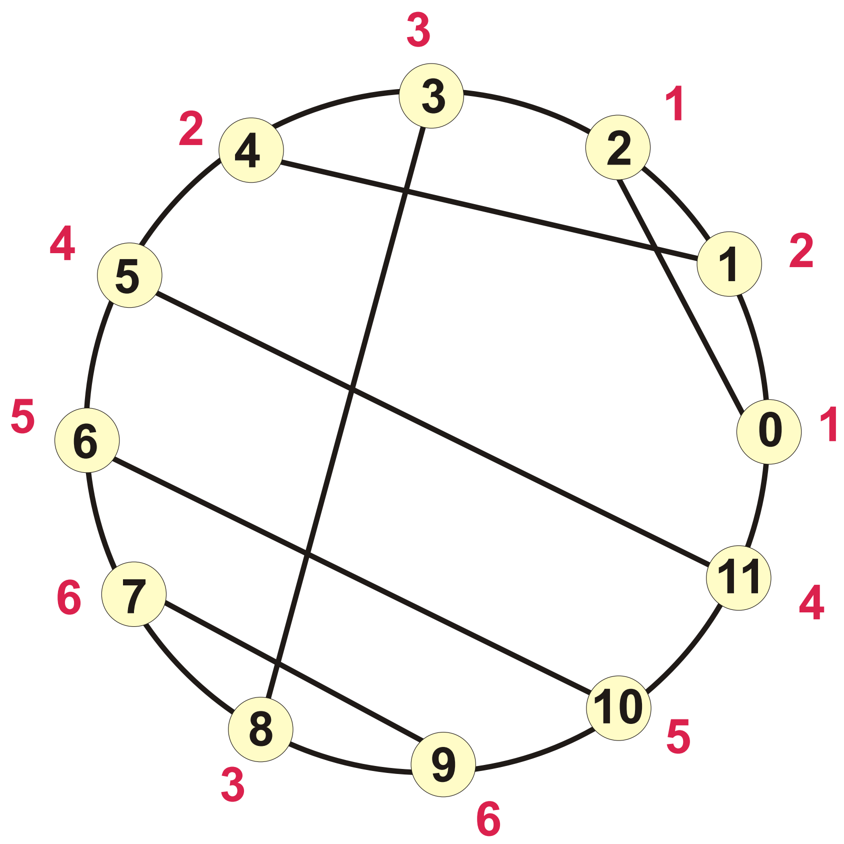
4 - Retrogradation du renversement : Symétrie miroir

Noeuds dodecaphoniques

Un diagramme de Gauss représente un noeud de 6 points doubles



Noeud de 4 croisements et 6 points doubles



Mot de Gauss

1, 2, 1, 3, 2, 4, 5, 6, 3, 6, 5, 4

Combinatoire des diagrammes de Gauss

Peut-on calculer le nombre de diagramme de Gauss ?

Il y a 12 ! series (environ 479 millions) en réalité seulement 9 985 920 séries.

Il existe 554 diagrammes de Gauss dans le tempérament égal

n	c_n	d_n	Temper.
3	5	5	6-tet
4	18	17	8-tet
5	105	79	10-tet
6	902	**554**	**12-tet**
7	9749	5283	14-tet
8	127072	65346	16-tet
9	1915951	966156	18-tet
10	32743182	16411700	20-tet
11	625002933	312702217	22-tet

Sous l'action du groupe cyclique C_{2n} sur $\{1, 2, ..., 2n\}$, il y a c_n diagrammes de Gauss, avec

$$c_n = \frac{1}{2n} \sum_{i|2n} \varphi(i) \nu_n(i)$$

où $\varphi(i)$ est la fonction d'Euler et ν_n est défini pour tous les diviseurs de $2n$ par

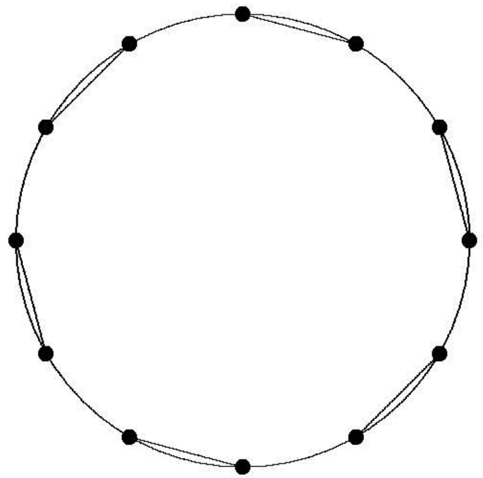
$$\nu_n(i) = \begin{cases} i^{n/i}(2n/i - 1)!! & \text{si } i \text{ est impair} \\ \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{n}{i} \rfloor} \binom{2n/i}{2k} i^k (2k-1)!! & \text{si } i \text{ est pair} \end{cases}$$

Sous l'action du groupe dihédral, il y a d_n diagrammes de Gauss

$$d_n = \frac{1}{2}(c_n + \frac{1}{2}(\kappa_{n-1} + \kappa_n))$$

avec

$$\kappa_n = \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} \frac{n!}{k!(n-2k)!}$$



D_1 $\quad \mathsf{X} = a^6$

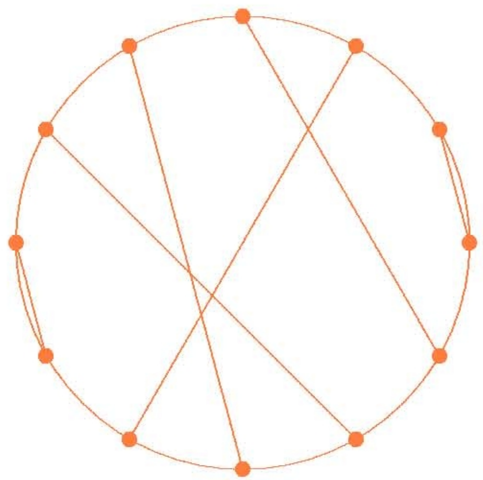
Mot de Gauss 112233445566

Vecteur Structural 600000

Permutation

(0 1) (2 3) (4 5) (6 7) (8 9) (10 11)

B.A. Zimmermann, Die Soldaten, Acte I



D_{349} $\quad \mathsf{X} = afd^{-1}e^2a$

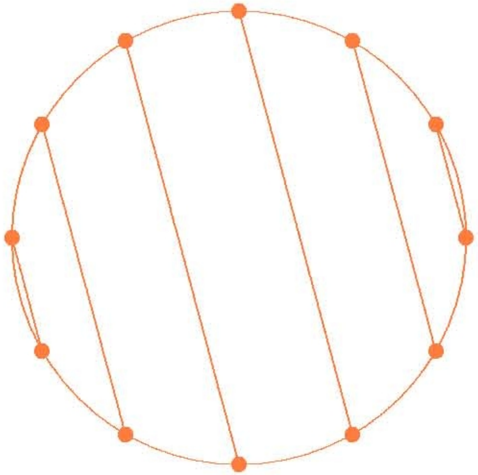
Mot de Gauss 112345662453

Vecteur Structural 200121

Permutation

(0 1) (2 8) (3 11) (4 9) (5 10) (6 7)

Karel Goeyvaerts, Sonate pour deux pianos.



D_{358} $\quad \mathsf{X} = ac^{-1}e^{-1}eca$

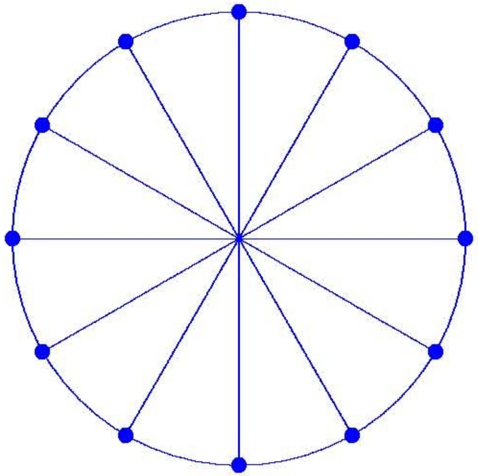
Mot de Gauss 112345665432

Vecteur Structural 202020

Permutation

(0 1) (2 11) (3 10) (4 9) (5 8) (6 7)

Anton Webern, Symphonie de chambre, opus 21



D_{554} $\quad \mathsf{X} = f^6$

Mot de Gauss 123456123456

Vecteur Structural 000006

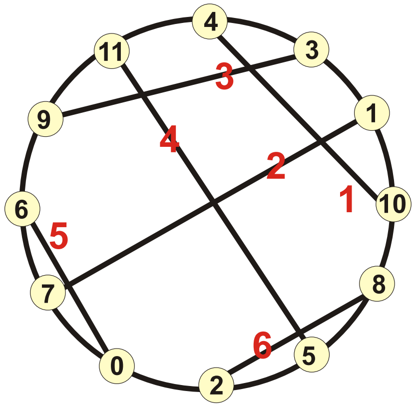
Permutation

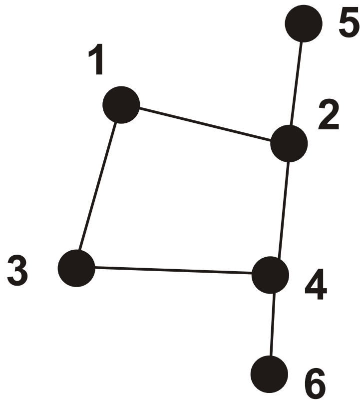
(0 6) (1 7) (2 8) (3 9) (4 10) (5 11)

B.A. Zimmerman, Interludes (Die Soldaten)

Graphe d’intersection

Brian Ferneyhough : Superscripto 10, 1, 3, 4, 11, 9, 6, 7, 0, 2, 5, 8





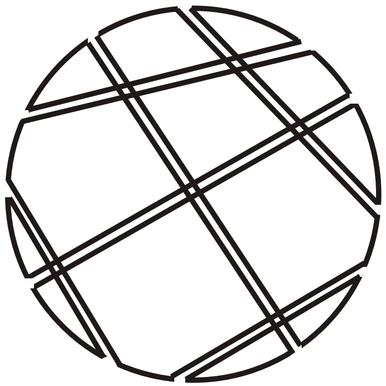
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$A_{ij} = 1$ ssi i est lié à j

Diagramme (D447) ⟶ Graphe d’intersection ⟶ Matrice d’adjacence

Le rang de la matrice d’adjacence est un 4-invariant

rang (A) = 6   corang(A) = 6 - 6 = 0



1 seule face

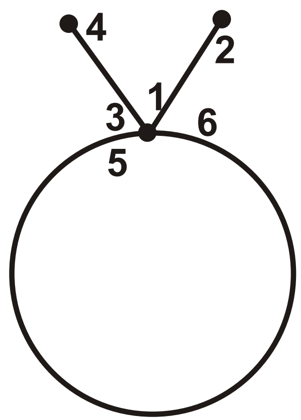
 # faces (D) = corang (A) + 1

Constellations et Cartes

C = [g1, g2, .., gn] (gi dans Sn groupe des permutation) est une constellation si
G= < g1, ..., gn > agit transitivement sur l'ensemble des n points
g1g2....gn = id
G est appelé groupe cartographique
Passeport de C = [t1, t2, ..., tn] ti = structure des cycles de gi (= partition de n)
Exemple [3^2 1, 2 1^5, 7] est un passeport

Une carte M est un graphe sur une surface X
(1) les sommets sont des points distincts de X
(2) les arêtes sont des courbes sur X qui se coupent aux sommets
(3) Si on découpe X selon le graphe, les faces restantes
sont les composantes connexes homéomorphes à un disque ouvert

Pour une carte : S - A + F = 2 -2g



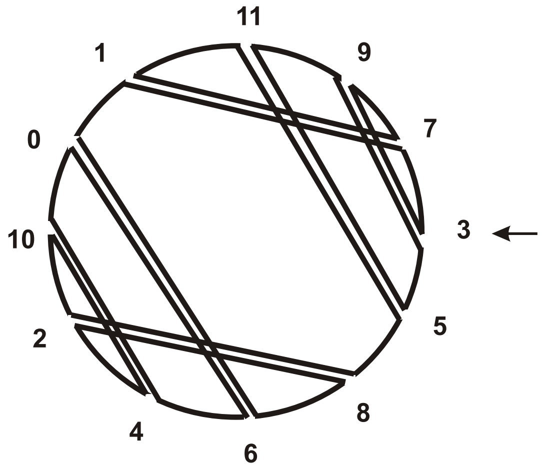
Permutation des arêtes :
a = (1, 2) (3,4) (5,6)
Permutation des sommets :
b = (1,3, 5, 6) (2) (4)
Permutation des faces :
c = a^-1. b ^-1 = (1, 2, 6, 3, 4) (5)

Constellations

A chaque série on peut associer une constellation

Arnold Schoenberg, Quintette pour instruments à vent, opus 26

3, 7, 9, 11, 1, 0, 10, 2, 4, 6, 8, 5



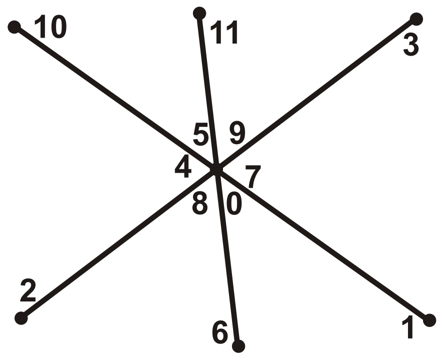
s2 = (0, 6) (1, 7) (2, 8) (3, 9) (4, 10) (5, 11)

Pour construire les faces, énumérer les notes

3, 7, 1, 0, 6, 8, 2, 4, 10, 2, 8, 5, 11, 1, 7 , ...

Supprimer les doublets

s3 = (3, 7, 1, 0, 6, 8, 2, 4, 10, 5, 11, 9)



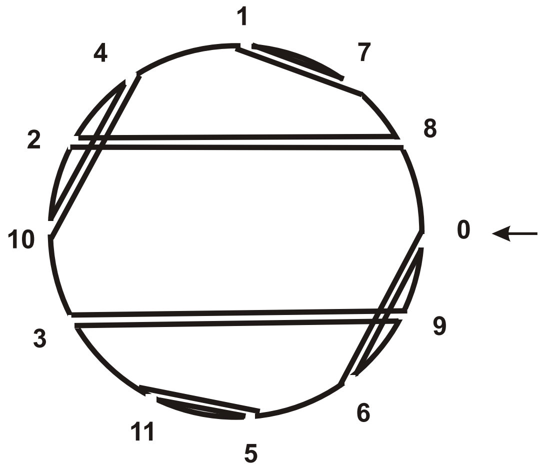
Calculer la permutation des sommets

$$s1 = s2^{-1} s3^{-1} = (0, 7, 9, 5, 4, 8)$$

Constellations

Jean Barraqué, ... au delà du hasard

0, 8, 7, 1, 4, 2, 10, 3, 11, 5, 6, 9



$s2 = (0, 6)\ (1, 7)\ (2, 8)\ (3, 9)\ (4, 10)\ (5, 11)$

Pour construire les faces, énumérer les notes

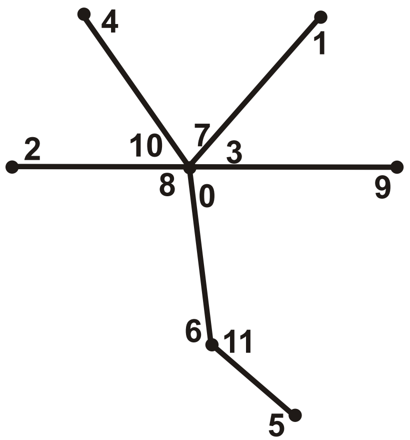
0, 8, 2, 10, 4, 2, 8, 7, 1, 4, 10, 3, 9, 0, 6, 9, 3, 11, 5, ...

Supprimer les doublets

$s3 = (0, 8, 2, 10, 4?\ 7, 1, 3, 9, 6, 11, 5)$

Calculer la permutation des sommets

$s1 = s2^{-1} s3^{-1} = (0, 11)(3, 7, 10, 8, 6)$



Les anagrammes de F. De Saussure

Jean Starobinski, Les mots sous les mots, les anagrammes de Ferdinand de Saussure

Poésie saturnienne met en oeuvre le matériau phonique d'un mot-thème

L'hypogramme contient en germe la possibilité du poème

Pour analyser les vers dans leur genèse, il faut avant de remonter à une intention psychologique, mettre en évidence une lattence verbale sous les mots

Mémoires d'Outre-tombe

Tout lui était souci, chagrin blessure

lu + ci + le = Lucile

Baudelaire, Vieux Saltimbanque

Je sentis ma gorge serrée par la main terrible de l'hystérie

is + s + terri = hystérie

Noeud pronominal

Etant donné

le bruissement
a
(des feuillages jaunissants -

un sommier de ciel bleu ;
d
son écart résorbé)
b
la blanche lueur d'une chandelle verte ,
A D
son oeil rougissant ;
b
au sommet (

comme ici

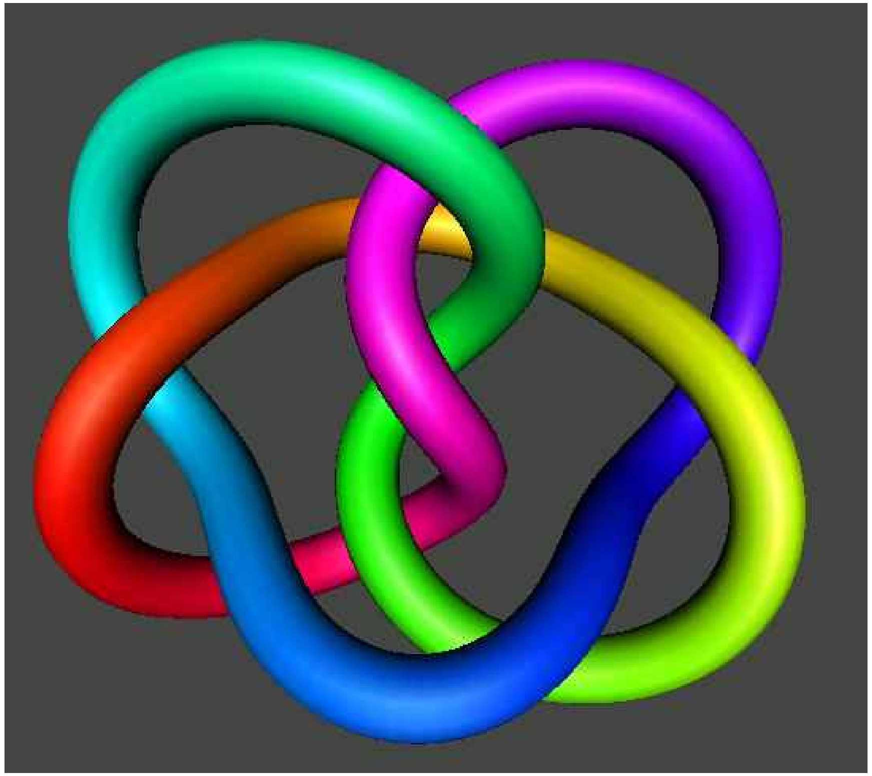
- le blanc et jaune
a
d'un mot glacé
d
bleu dans sa jupe
B noire ...

Grille de lecture

a = le A = la
b = son B = sa
d = un D = une

Mot : a d b A D b a d B

Correspond au noeud 9.46



Noeud des couleurs

Etant donné

le bruissement

(des feuillages jaunissants -
a

un sommier de ciel bleu ;
d

son écart résorbé)

la blanche lueur d'une chandelle verte ,
b A

son oeil rougissant ;
D

au sommet (

comme ici

- le blanc et jaune
b a

d'un mot glacé

bleu dans sa jupe
d

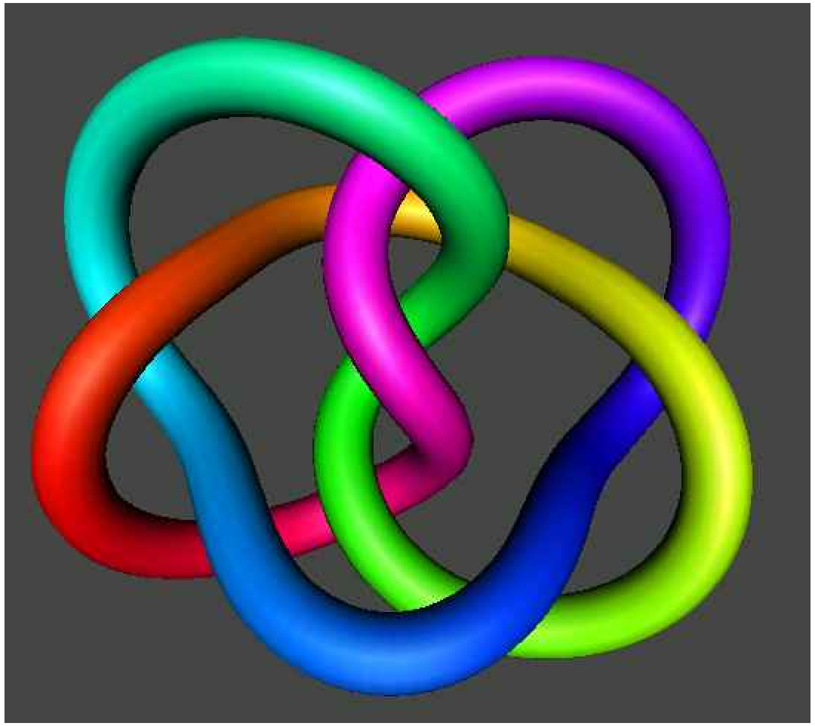
noire ...
B

Grille de lecture

a = jaune A = vert
b = blanc B = noir
d = bleu D = rouge

Mot : a d b A D b a d B

Correspond au noeud 9.46



Noeuds des passions

On peut définir toutes sortes de noeuds : e.g. Noeuds des passions élémentaires

Exemple : Jacques Fontanille et Claude Zilberberg, Tension et signification, page 162-163

Quand la saisie et la visée évoluent de manière converse, la zone atone correspondrait à l'ennui, "fruit de la morne incuriosité", selon Baudelaire, et la zone tonique, au bonheur. Quand la saisie et la visée évoluent de manière inverse, si c'est la visée qui est tonique, on admettra être en présence de l'attente; si c'est la saisie qui prévaut, on aurait affaire, approximativement, à la nostalgie.

Grille : a = nostalgie A = attente
b = ennui B = bonheur

a b b A A B a a

Baudelaire :

Je pense à la négresse, amaigrie et phtisique,

a b

Piétinant dans la boue, et cherchant l'oeil hagard,

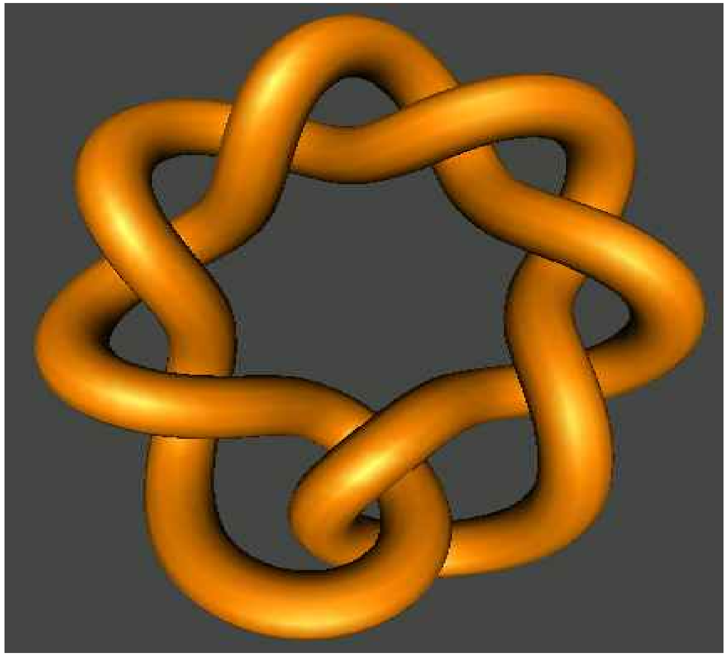
b A

Les cocotiers absents de la superbe Afrique

A B

Derrière la muraille immense du brouillard.

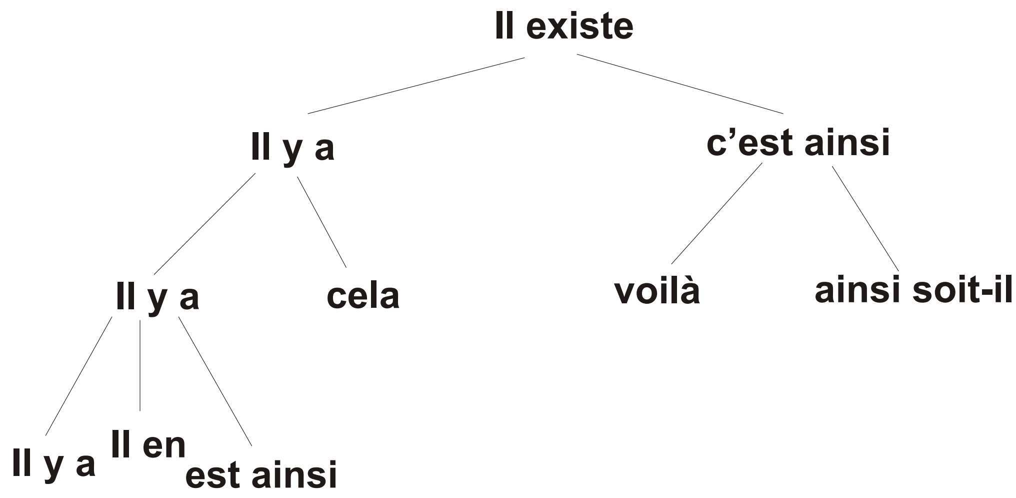
a a



Petites topologies

Difficulté de repérer des grandes structures nodales

Il existe il y a et c’est ainsi. Il y a se divise en il y a et cela. Et c’est ainsi se divise en voilà et ainsi soit-il. Il y a en il y a et il en est ainsi et cela en ceci et cela, tandis que voilà en de-ci et de-là et ainsi soit-il en oui ainsi et que cela soit. Il y a en il y a, ceci en cela et cela en par-ci par-là, de-ci de-là en il est n’y est pas et oui il en en est ainsi et qu’il en soit ainsi oui en hélas.



Représentation arborescente difficile et non adaptée

Christophe Tarkos, Ma langue, Carrés

G = il, C = et, T = ainsi, A = en

GGCTGAGCCTACTGGAGCGATCAC
ACCTATCGAGACAAGCGAATCGATA

-- > Représentation nodale

G. Ligeti, Etude no. 1

Distribution des accents

G = accent m.d. + accent m. g.

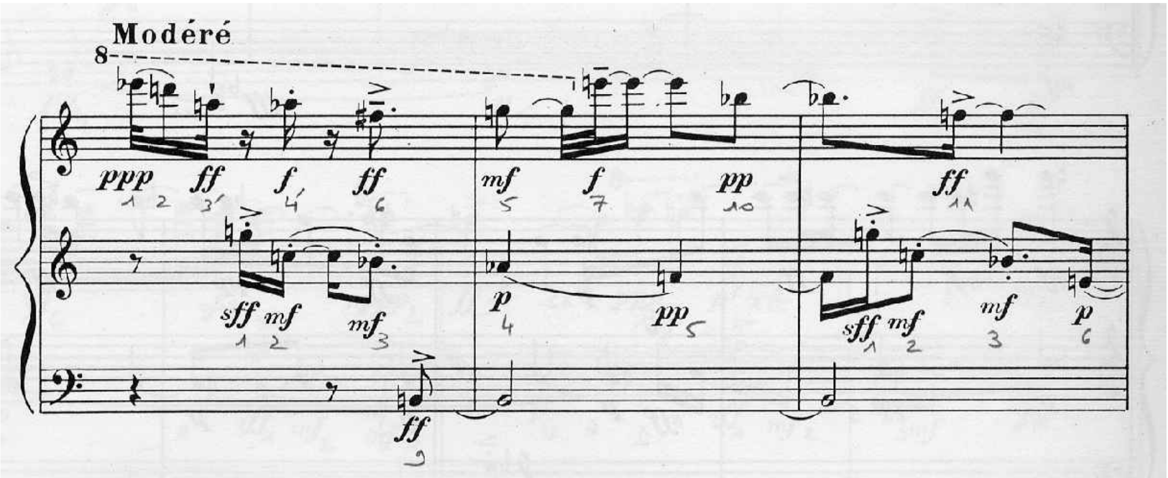
C = pas d'accent

T = accent m.d. seule

A = accent m.g. seule

GCCGCCCCGCCGCC
CCGCCCCCCTACTA

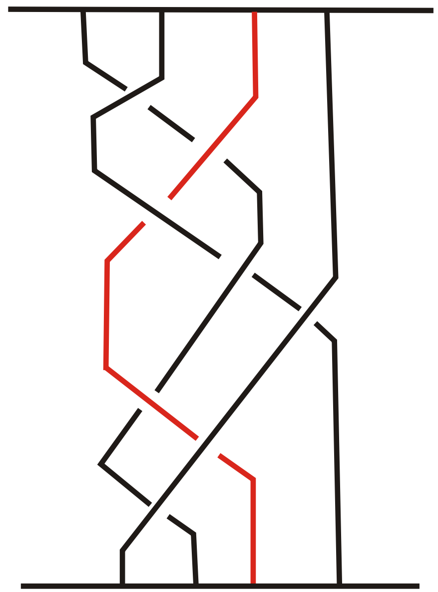
O. Messiaen, Modes de valeurs et d'intensités



Distribution de figures sérielles

a = 1, 2, 3 de la série I
A = 10, 11, 12 de la série I
b = 1, 2, 3 de la série II
B = 10, 11, 12 de la série II
c = 1, 2, 3 de la série III

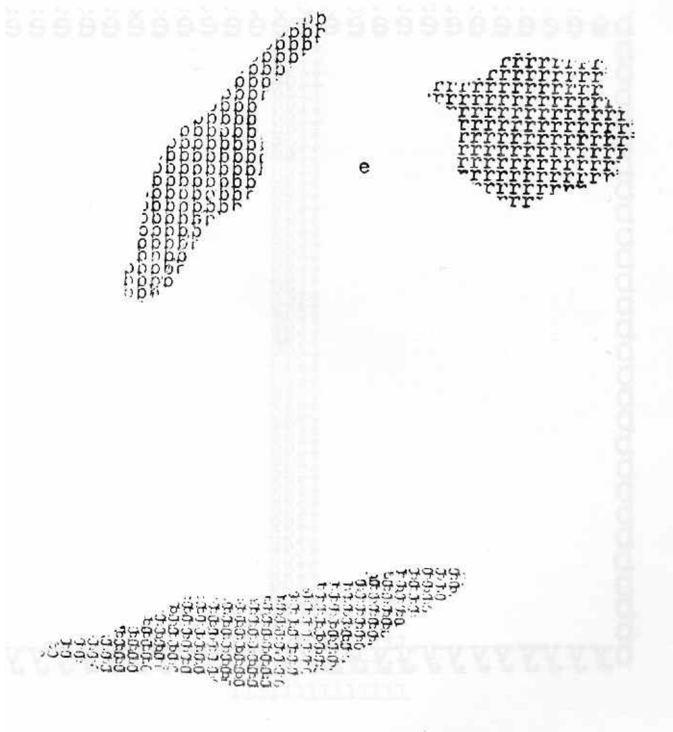
Sur les 4 premiers systèmes :
abAbcAba



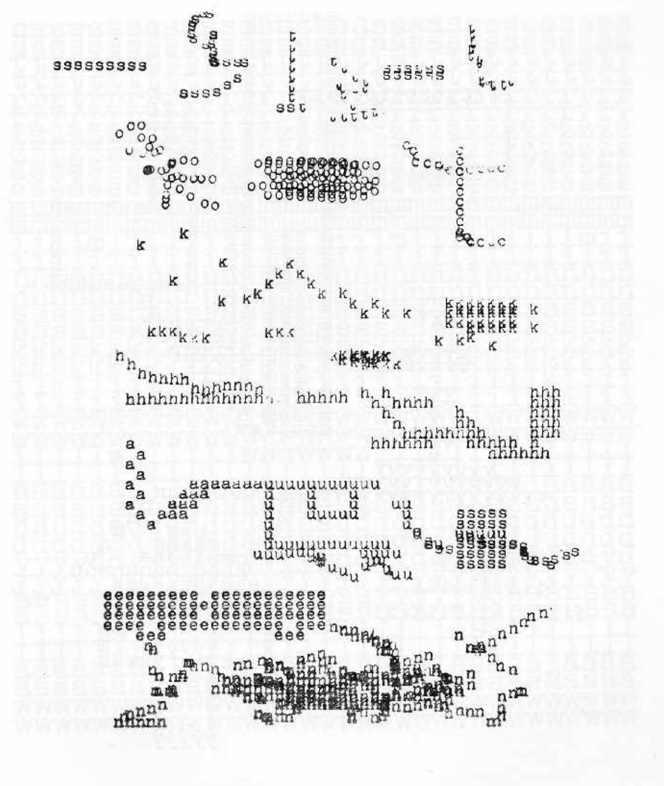
Entrelacs à deux brins

Jiri Kolar

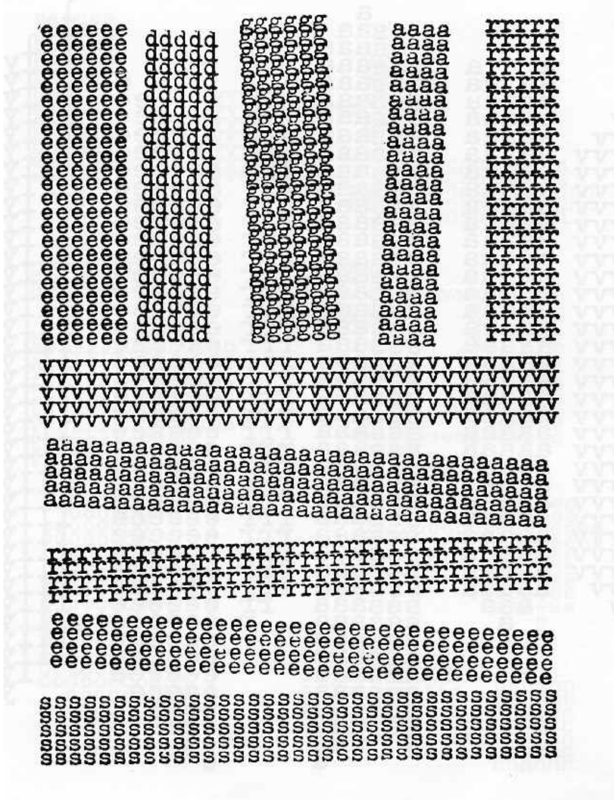
BERG

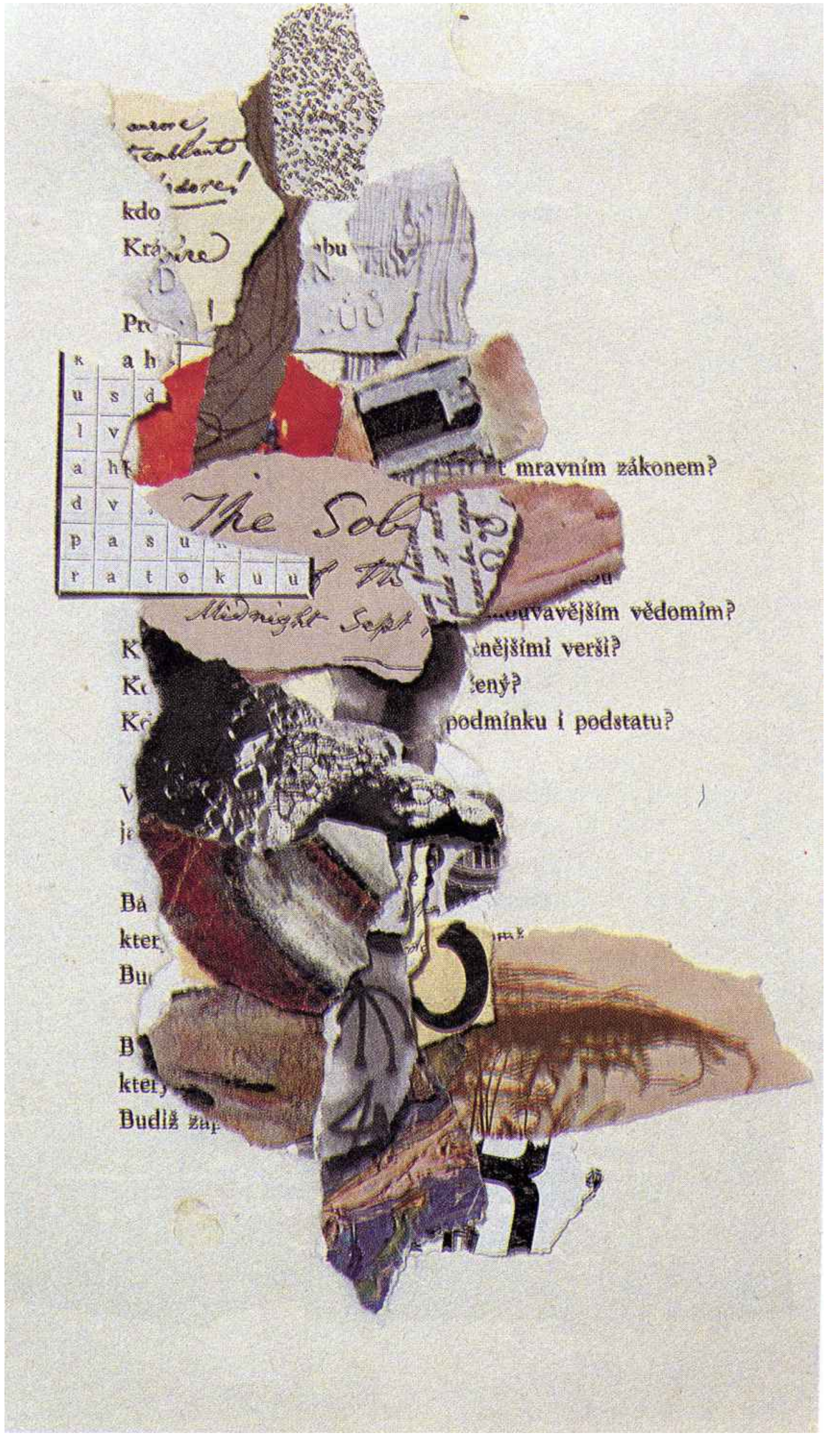


STOCKHAUSEN



VARÈSE (VARES)





Conclusions

La théorie des tresses et des noeuds offre des perspectives nouvelles :

- Pour la classification des séries dodécaphoniques

- Pour construire des modèles d'enharmonie

- Pour mettre en évidence des liens de parenté entre des textes littéraires ou musicaux

Les invariants des noeuds devraient fournir de nouveaux procédés de catégorisation