

Rapport sur le dossier d'HDR de Moreno Andreatta

Athanase Papadopoulos

Le 12 novembre 2009

Moreno Andreatta est Chargé de Recherche au CNRS, en poste à Paris, à l'IRCAM (Institut de Recherche et Coordination Acoustique-Musique), équipe de Représentations Musicales. Le travail qu'il présente ici pour l'obtention de l'Habilitation à Diriger les Recherches s'inscrit dans un domaine multidisciplinaire, celui de la relation Mathématiques-Musique.

Moreno Andreatta a soutenu une thèse de doctorat à l'EHESS en 2003, sous la direction d'Alain Poirier. Le titre de la thèse est : "Méthodes algébriques dans la musique et la musicologie du XXème siècle : aspects théoriques, analytiques et compositionnels". Le jury comportait deux mathématiciens (Guerino Mazzola et Jean Petitot), deux informaticiens (Marc Chemillier et Gérard Assayag), et deux musicologues (Alain Poirier et John Rahn). Toutes ces personnes sont par ailleurs polyvalentes, ne se limitant pas aux spécialités mentionnées. La thèse a obtenu la mention "très honorable et félicitations du jury". Une règle appliquée depuis 10 ans par le conseil scientifique de l'EHESS veut qu'après un doctorat, on doit nécessairement s'adresser à un autre établissement pour une HDR. Il n'y a évidemment pas d'Ecole Doctorale en France qui soit spécialisée dans le domaine "Mathématiques et Musique". Moreno Andreatta s'est adressé à moi, pour présenter son travail à Strasbourg, où la recherche en Mathématiques et Musique est bien représentée, avec son aspect multidisciplinaire, et cela depuis plusieurs années. Cette recherche y est entretenue par une collaboration entre l'UFR de Mathématiques et Informatique et le Département de Musique, et elle se manifeste sous forme de cours communs aux étudiants des deux départements, de mémoires de Master et de Magistère en Mathématiques et en Musicologie, d'une HDR dans le domaine Mathématique-Musique soutenue à l'UMB en 2007, et de colloques organisés ces dernières années à l'IRMA (Institut de Recherche Mathématique Avancée) auxquels Moreno Andreatta a participé. Le dernier de ces colloques, qui avait pour sujet "Leonhard Euler, mathématicien et théoricien de la musique", était d'ailleurs co-financé par les Conseils Scientifiques des Universités Louis Pasteur et Marc Bloch.

Le thème qui ressort du travail de Moreno Andreatta est une traduction en termes mathématiques de plusieurs questions musicales, avec une étude approfondie de ces questions. Le travail contient en particulier la formulation et la présentation de nouveaux problèmes pour la recherche mathématique, motivés par la musicologie, et dont la solution a des répercussions importantes en analyse et en composition musicales. Comme on le verra

dans ce dossier, c'est cet aller-retour entre la musique et les mathématiques, avec comme conséquence des contributions aux deux domaines, qui est central dans le travail de Moreno Andreatta. Cette dynamique dans les deux sens entre les deux domaines constitue un apport réellement nouveau aux sciences, comparé à la simple application des mathématiques à la musique, qui régit traditionnellement la relation Mathématiques-Musique.

Un tel travail peut certainement être mis en valeur dans une université comme celle de Strasbourg. Une Habilitation dans le même domaine a été présentée en 2007 au département de Musique de l'Université Marc Bloch, par Franck Jedrzejewski (physicien au CEA). Le directeur de l'HDR était Xavier Hascher et le jury était composé de musicologues, de mathématiciens de l'IRMA et d'un informaticien. Il est naturel que l'HDR de Moreno Andreatta soit maintenant présentée à l'IRMA, Unité Mixte de Recherche sous la double tutelle de l'Institut des Sciences Mathématiques et de leurs Interactions du CNRS et de l'Université de Strasbourg.

Le domaine Mathématiques et Musique, en dehors de quelques banalités, reste cependant peu connu, même du public universitaire, parce qu'il est peu représenté. Pour cela, je pense que quelques mots d'introduction générale sur ce sujet peuvent être utiles, avant de parler du travail de Moreno Andreatta, et pour bien situer ce travail dans son contexte.

La relation Mathématiques-Musique comprend d'abord l'utilisation des mathématiques dans la théorie, dans l'analyse et dans la composition musicales. Il s'agit ici de mathématiques pures et appliquées : algèbre, géométrie, analyse, arithmétique, théorie des graphes et des réseaux, et aussi d'informatique théorique et appliquée : langages formels, programmation, visualisation, etc. La relation Mathématiques-Musique comprend aussi l'utilisation de la musique (théorie et composition) comme vecteur moteur et comme motivation pour le développement de nouvelles théories et de nouveaux résultats mathématiques, et pour la formulation de nouvelles questions et conjectures, dans les divers domaines de mathématiques mentionnés ci-dessus : algèbre, géométrie, analyse, théorie de l'information, etc. La musique sert aussi à illustrer de manière naturelle des concepts mathématiques. Je ne connais pas d'exemple plus beau d'apparition de la fonction logarithme que celui de la fonction qui fait passer de l'addition (juxtaposition) des intervalles musicaux à la multiplication des valeurs numériques de ces intervalles (le rapport de fréquence des deux notes extrêmes).

Le domaine Mathématiques et Musique est loin d'être une invention moderne. Pour ne citer que quelques grands noms, on peut mentionner Descartes, dont le premier ouvrage est un *Abrégé de Musique*, d'Alembert, pour ses *Eléments de musique théorique et pratique, suivant les principes de M. Rameau*, Christiaan Huygens, auteur de plusieurs mémoires importants sur le tempérament musical; on peut aussi citer Kepler, Galilée, et bien sûr Euler, dont la thèse de doctorat concerne la théorie du son, et dont les Oeuvres Complètes contiennent près de 35 articles sur la théorie de la musique. Il y a beaucoup d'autres exemples.

Après une pause, au 19e siècle (dû à plusieurs phénomènes qu'il n'est pas possible d'analyser ici), le domaine Mathématiques et Musique a pris au 20e siècle un nouvel essor,

et cela pour plusieurs raisons, qui bien connues, dont les suivantes :

(1) L'apparition, dès le début du 20ème siècle, d'un nouveau type d'écriture musicale ayant des côtés abstrait et formel bien marqués ; on pense ici bien sûr à la musique sérielle de Schoenberg et de son école, aux schémas rythmiques de Messiaen, à la musique stochastique de Xenakis, aux musiques algorithmiques, et il y a d'autres exemples.

(2) L'apparition de nouvelles théories mathématiques permettant d'expliquer et d'aider à formuler et à formaliser certaines théories musicales, et offrant de nouvelles structures comme base d'un nouveau matériau sonore aux compositeurs ; on pense ici à la théorie des automates, à la théorie des groupes, à la *set theory* américaine (qui est une forme de la théorie des ensembles adaptée à la musique), et à d'autres théories plus récentes comme celle des fractals qui est à la base d'objets auto-similaires utilisés par certains compositeurs contemporains. Là aussi, il y a beaucoup d'autres exemples.

(3) L'apparition de nouveaux problèmes d'énumération en musique, dont la solution est forcément mathématique : problèmes d'énumération de classes d'accords, problèmes d'énumération de configurations de notes dans un réseau où les transformations sont celles traditionnellement utilisées en musique, à savoir transpositions et inversions; on peut citer ici les *K-réseaux*, introduits par les théoriciens de la musique de la tradition américaine, et sur lesquels Moreno Andreatta a travaillé avec le mathématicien Guerino Mazzola, en vue de l'énumération de ces objets, en utilisant des méthodes tirées de la théorie des graphes ou des catégories. Signalons aussi les problèmes d'énumération de classes de canons (réguliers, irréguliers, quasi-périodiques, rythmiques, mélodiques, etc.). Tous ces problèmes soulèvent des questions de combinatoire et de solutions d'équations diophantiennes, et certains problèmes ont été reliés à des questions géométriques de pavages, comme on le verra aussi dans le travail d'Andreatta.

(4) L'apparition de l'informatique, avec sa composante "informatique musicale". Par exemple, les concepts d'algorithme et de calculabilité ont une part importante dans la composition contemporaine.

Remarquons tout de suite que le travail de Moreno Andreatta touche à tous les domaines cités ci-dessus.

Il est important de souligner le fait que la relation Mathématiques-Musique n'est pas seulement théorique. En France, des mathématiciens comme Michel Waldschmidt, Jean-Paul Allouche, Emmanuel Amiot, Patrick Solé (et il y en a beaucoup d'autres) ont collaboré sous diverses formes avec des compositeurs, et le résultat a produit des pièces écoutées en concert. Les structures mathématiques acquièrent ainsi un caractère sensible dans les compositions musicales.

Tout cela a entraîné de nouvelles publications, de nouvelles collections de livres et revues (la collection *Computational Music Science* de Springer, le *Journal of Mathematics and Music*, etc.), la création de nouvelles sociétés savantes, et l'organisation de colloques internationaux, comme la série "Diderot Mathematical Forum", sous l'égide de la

Société Mathématique Européenne. Rappelons aussi que la Journée Annuelle de la Société Mathématique de France de 2008 avait pour thème “Mathématiques et Musique”. Moreno Andreatta fait partie intégrante de tout ce travail nouveau et gigantesque, en tant que fondateur et principal éditeur de la plupart des nouvelles collections importantes, en tant que co-organisateur de colloques, et comme vice président de la SMCM (Society for Mathematics and Computation in Music). Son activité dans ces domaines est décrite dans son CV, joint à ce rapport.

Il convient de noter aussi que la nouvelle classification des sujets mathématiques de l’AMS (2010 Mathematics Subject Classification) comporte pour la première fois une section *Mathematics and Music* (la section 00A65), ce qui indique, bien sûr, non pas la nouveauté de ce sujet, mais son rattachement récent (ou plutôt sa ré-intégration) aux mathématiques.

Parlons maintenant du travail de recherche de Moreno Andreatta.

Ce travail s’inscrit dans le double mouvement évoqué : d’un côté, Andreatta formule des problèmes musicaux en termes mathématiques, il établit des relations avec des théories et des résultats existants, il propose aux mathématiciens de nouvelles questions à résoudre, et d’un autre côté, il ouvre aux compositeurs de nouveaux horizons, en introduisant dans le matériau musical de nouvelles idées qui viennent des mathématiques, tant du point de vue théorique que du point de vue compositionnel.

La spécificité de l’objet du travail d’Andreatta fait qu’il ne faut pas s’attendre à trouver dans celui-ci des théorèmes mathématiques, comme on l’entend classiquement, mais on y trouvera des théorèmes mathématiques d’une sorte nouvelle, qui est propre à cette multidisciplinaire. Pour utiliser un langage “paradigmatique”, un mot que Moreno Andreatta aime bien, rappelons qu’un théorème (ou une formule) mathématique consiste en général à la mise en relation de deux objets différents, ou de deux quantités différentes, et parfois même de nature très différentes. Il est bien connu d’ailleurs que plus les natures de ces objets sont au départ éloignées l’une de l’autre, plus le théorème est considéré comme profond et beau. (Un géomètre pense naturellement à la formule de Gauss-Bonnet, un analyste à la formule de l’indice d’Atiyah-Singer, et ainsi de suite.) Les résultats d’Andreatta établissent des relations tout à fait nouvelles, entre des objets a priori très différents : d’une part, des objets mathématiques classiques, et d’autre part, des objets musicaux. Ce sont des résultats “mathémusicaux” (le mot a été confectionné par Andreatta).

Avec cela, on peut mentionner qu’Andreatta obtient également de véritables théorèmes mathématiques, et on peut citer ici les deux résultats suivants :

(1) un théorème sur le calcul des isographies fortes d’un réseau de Klumpenhouwer comme limite d’un diagramme catégoriel (cf. son article avec Mazzola ci-joint) ; c’est un résultat qui constitue un bon exemple d’utilisation de la théorie des catégories à de fins computationnelles ;

(2) un théorème de décomposition pour les suites périodiques en composantes réductibles et reproductibles qui, même si l’on peut le retrouver comme un cas particulier du Lemme

de Fitting, est intéressant car il est obtenu à partir de considérations musicales (cf. son article avec Vuza ci-joint).

Les résultats des recherches faites par Moreno Andreatta ont donné lieu à une collection importante de publications dans des revues musicales et des revues de Science et Musique à comité de lecture. On peut légitimement être impressionné par ce travail, vu le peu de nombre d'années pendant lequel il a été fait. (Rappelons qu'Andreatta a obtenu son doctorat il y a 6 ans seulement.) Dans le rapport de projet qui est ci-joint et qui était limité à 5 pages, Andreatta a été obligé de faire un choix ; il s'est limité à trois problèmes mathémusicaux sur lesquels il a travaillé, à savoir :

1. les canons rythmiques ;
2. la théorie des séquences périodiques et calcul de différences finies ;
3. la question des relations Z , DFT et ensembles homométriques.

Il a ainsi été obligé de laisser de côté des travaux qui sont aussi intéressants et qui figureront dans son dossier d'habilitation, notamment sur les sujets suivants :

1. la Set Theory et les théories transformationnelles (travail en commun avec le mathématicien Guerino Mazzola et qui a abouti à un théorème d'énumération des isographies fortes des K -réseaux comme limites des diagrammes catégoriels) ;
2. les block designs (travail en commun avec Franck Jedrzejewski et Tom Johnson) ;
3. les théories diatoniques (travail en commun avec Julien Junod, Pierre Audétat et Carlos Agon).

Dans le choix de 5 articles joints à ce dossier, Andreatta a inclus un article de Mathématiques et Philosophie, à paraître dans la célèbre Revue de synthèse (2009, Springer), pour montrer une autre facette de la relation Mathématiques et Musique. La philosophie apparaît dans cette multidisciplinaire sous plusieurs aspects : l'esthétique (mathématique), les théories cognitives, etc.

Je vais maintenant parler de quelques résultats mathémusicaux de Moreno Andreatta.

Je commence par l'article "On group-theoretical methods applied to music: some compositional and implementational aspects", article qui est relation avec les pavages. Un beau résultat mathémusical présenté ici met en relation les canons rythmiques, qui sont des objets musicaux, avec la théorie mathématique des pavages. Ce travail prolonge des travaux du mathématicien Dan Tudor Vuza, qui a entrepris la formalisation de la théorie musicale du compositeur Anatol Vieru, et d'ailleurs certains articles de Moreno Andreatta sont en collaboration avec Vuza. Les canons sont considérés ici comme "rythmiques", mais il ressort dès le début de ces travaux un morphisme entre le domaine rythmique et celui des

hauteurs. Les contributions de Moreno Andreatta dans ce domaine comprennent la mise en évidence d’une relation profonde entre les théories de Vuza et une conjecture (maintenant démontrée) que Hermann Minkowski a formulée, d’abord en 1896 en termes de théorie des nombres, et puis, en 1907, de façon géométrique. La conjecture, sous sa forme géométrique, dit que dans n’importe quel pavage de \mathbb{R}^n par des cubes congruents, il y a toujours une infinité de paires de pavés ayant une face de dimension $(n - 1)$ en commun. L’histoire de cette relation passe par des travaux de G. Hajós, mathématicien hongrois qui a démontré cette conjecture en 1942, en utilisant l’algèbre de factorisation dans les groupes. C’est Moreno Andreatta qui a établi clairement le lien entre le travail de Vuza et la conjecture de Minkowski, en passant par la notion de factorisation dans les groupes utilisée par Hajós. Toujours dans ce même domaine, Moreno Andreatta, en collaboration avec Carlos Agon de l’IRCAM, a implémenté les algorithmes de Vuza dans le logiciel OpenMusic de l’IRCAM, ce qui lui a permis de donner une classification de canons non isomorphes ayant des propriétés particulières. Ce travail algorithmique a permis de donner des réponses à des questions naturelles sur les groupes appelés maintenant groupes “non-Hajós”. Par exemple, Andreatta a donné une classification des factorisations non-périodiques du plus petit groupe non-Hajós, c’est-à-dire du groupe cyclique d’ordre 72.

Je voudrais mentionner maintenant un travail très récent, celui de la *relation Z* en analyse musicale, cette relation étant reliée à la théorie des structures homométriques et à la transformée de Fourier discrète en cristallographie et en mathématiques.

On est amené naturellement en musicologie et en composition (exactement comme on le fait en mathématiques) à définir des relations d’équivalence sur certaines structures musicales (accords, structure rythmiques, etc.). Ces relations sont motivées par des considérations musicales, mais on est conduit rapidement à des questions de classifications exhaustives, et des questions d’invariants. Ce sont des questions mathématiques par excellence. Les questions les plus courantes concernent le “contenu intervallique” d’un objet musical. La relation *Z* concerne justement ce contenu intervallique. Par exemple on considère le nombre de fois qu’un certain intervalle de longueur donnée est contenu dans un accord de k notes. Il y a ensuite des questions plus compliquées, faisant intervenir des actions de groupes finis. Moreno Andreatta a su dégager les bonnes notions mathématiques relatives à ces questions, il en a données des formulations équivalentes en termes de graphes dans des polygones, et il a trouvé des analogies avec des problèmes classiques en cristallographie, utilisant la notion d’homométrie. Du point de vue purement musical, ce travail théorique est aussi motivé par la question de la reconstruction d’une structure musicale à partir de son contenu intervallique.

Je signale enfin le travail sur les *block-designs*. Ce travail a son origine dans des pièces du compositeur minimaliste Tom Johnson, qui sont basées sur des objets combinatoires qu’il a appelés “block designs”. Des mathématiciens se sont ensuite intéressés à ce travail, et d’ailleurs la Gazette des Mathématiciens a publié un article de Johnson sur le sujet (No. 107, Janvier 2006, pp. 39 – 46). Le séminaire MaMuX de l’IRCAM a consacré plusieurs séances à cette théorie, avec la participation de Reinhard Laue et d’autres mathématiciens

spécialistes dans le domaine (<http://recherche.ircam.fr/equipes/repmus/mamux>). Moreno Andreatta, en collaboration avec Tom Johnson et le physicien Franck Jedrzejewski, ont écrit l'article *Musical experiences with Block Designs* dans lequel ils ont formalisé et développé cette théorie en la rendant plus accessible aux compositeurs et aux analystes. Ce travail a aussi le mérite de poser un certain nombre de problèmes et de conjectures purement combinatoires sur lesquels les mathématiciens devront se pencher.

À côté du travail théorique publié, il est important de signaler que Moreno Andreatta est une personnalité de grande envergure dans ce domaine, et cela de plusieurs points de vue. Il est responsable et co-organisateur de deux séminaires réguliers : le séminaire Mamux à l'IRCAM et le séminaire de Musique, Mathématique et Philosophie (commun à l'IRCAM et à l'Ecole Normale Supérieure). Il a donné des cours dans plusieurs formations doctorales (IRCAM, Paris VI, ENST Brest et INP Grenoble), au Conservatoire National Supérieur de Musique de Paris et au conservatoire d'Adria en Italie. Il est animateur (avec les mathématiciens Y. André et P. Cartier) d'une "Ecole de mathématiques pour musiciens" à Paris, et de plusieurs colloques et écoles d'été, qui ont eu lieu et auront lieu en France et à l'étranger. Il co-dirige avec Jean-Michel Bardez la Collection "Musique/Sciences" (Ircam/Delatour France). Il est membre fondateur du Journal of Mathematics and Computation in Music, revue officielle de la Society for Mathematics and Computation in Music. Il co-dirige avec Guerino Mazzola la nouvelle collection Computational Music Science chez Springer. Il a été et est co-responsable de plusieurs UE dans des Masters à Paris et à l'Université de Pise. Il a aussi donné des cours dans d'autres universités. Il a dirigé ces dernières années plusieurs mémoires de masters, à l'IRCAM, à l'ENS et à l'Université de Pise. Il a co-dirigé deux groupes de travail :

"Mathématiques/Musique et Cognition"

<http://recherche.ircam.fr/equipes/repmus/mamux/Cognition.html>

et

"Mathématiques/Musique et Informatique"

<http://recherche.ircam.fr/equipes/repmus/mamux/PEPS-GdIM.html>

Des détails sur les activités de Moreno Andreatta en tant qu'organisateur et directeur de projets dans le domaine Mathématique et Musique se trouvent dans le document détaillant les projets financés, qui est joint à ce dossier.

Enfin, il faut mentionner qu'Andreatta encadre déjà une thèse de doctorat en co-direction, sur des questions de modélisation informatique des théories musicales, et qui sera soutenue le 3 décembre 2009. La thèse est déjà disponible sur internet, à l'adresse suivante :

<http://recherche.ircam.fr/equipes/repmus/ahn/These.pdf>

L'étudiant est bien sûr inscrit en co-direction avec un chercheur habilité. L'HDR va certainement permettre à Moreno Andreatta d'encadrer plusieurs doctorants dans les prochaines années.

En conclusion, par son travail publié, son activité comme organisateur de séminaires et de colloques, comme éditeur, comme animateur d'une équipe de recherche, comme membre

fondateur et vice-président de sociétés savantes, et comme pédagogue, Moreno Andreatta est aujourd'hui la référence principale en France pour la relation entre Mathématiques et Musique, sous ses deux facettes : les théories mathématiques (comprenant les mathématiques abstraites et l'informatique) appliquées à la musique, et la musique comme source d'inspiration et comme motivation pour la formulation et la résolution de nouveaux problèmes mathématiques. Je pense que l'Université de Strasbourg pourra s'enorgueillir d'avoir accordé l'Habilitation à diriger les Recherches pour un travail d'un si haut niveau sur un sujet multi-disciplinaire qui est nouveau en France.