

Rapport sur les travaux de Moreno Andreatta,
en vue de l'obtention de l'Habilitation à Diriger les Recherches

Le dossier présenté par Moreno Andreatta en vue de l'obtention de l'HDR est constitué d'un mémoire de synthèse accompagné par un choix d'articles significatifs. Le dossier montre clairement que le domaine de recherche du candidat est un champ d'interaction des mathématiques avec un autre domaine.

S'agissant d'un domaine assez récent, (d'ailleurs l'appartition de l'indicateur AMS et des revues scilicet de ce domaine sont très récentes), il m'a semblé important de faire précéder le rapport proprement dit par quelques réflexions plus générales, visant à mieux définir les contours du champ de recherche sur lequel Moreno Andreatta a travaillé, afin d'explicitier les critères que j'ai utilisés pour juger si le dossier présente les caractéristiques demandées en vue de l'obtention de l'Habilitation à Diriger les Recherches, autrement dit les critères utilisés pour juger le niveau scientifique du candidat, son aptitude à maîtriser une stratégie de recherche et sa capacité à encadrer de jeunes chercheurs.

Rapidement, on peut dire que le domaine est celui des relations *Mathématiques/Musique*, mais cette définition est quelque peu générique et pas assez précise. En effet les interconnexions entre mathématiques et musique sont présentes dès l'origine des deux disciplines et elles ont été, depuis l'antiquité, de plusieurs natures, ce qui a donné lieu aussi à un florilège d'affirmations dont l'utilisation répétée a souvent un effet de banalisation.

Il y a eu des approches où certaines problèmes musicaux (par exemple ceux de type acoustique comme la construction d'espaces appropriés pour l'écoute ou bien la construction d'instruments aptes à la reproduction du son ou encore l'étude même des phénomènes musicaux) ont trouvé dans le langage mathématique un support optimal en vue d'une formalisation rigoureuse (le langage mathématique étant celui de la physique). Autrefois il s'agissait d'étiquettes numérológicas avec un arrière plan mystique, ce qui a mené parfois les mathématiciens à s'intéresser à ce sujet en tant que simple divertissement (et ce sont ces aspects qui sont les plus connus du grand public).

L'approche de Moreno Andreatta n'est pas de ce type: il s'insère dans un courant récent qui étudie les relations structurelles à l'intérieur de la musique en s'appuyant sur des méthodes mathématiques et que l'on pourrait définir brièvement comme une *formalisation algébrique des structures musicales*, ceci correspondant à la transposition en langage mathématique rigoureux de certaines structures musicales et, par conséquence, la résolution de problèmes musicaux en tant que théorèmes de mathématiques ou déductions des résultats issus de ce domaine.

Bien que dépassant les frontières en direction de la philosophie et de l'épistémologie, comme nous le mentionnerons dans la suite, la formalisation algébrique concerne les applications des mathématiques à la musique ayant parmi les objectifs, entre autres, la production d'automates et d'algorithmes pour l'analyse musicale. Ces algorithmes sont également utiles au compositeur dans l'analyse de ses propres processus compositionnels, très souvent liés à des problèmes de combinatoire et d'énumération (comme, par exemple, les problèmes d'énumération et classification de structures musicales à isomorphisme près).

La naissance et le développement d'une telle approche algébrique sont étroitement liés au développement au cours du siècle dernier d'une autre discipline, l'analyse musicale computationnelle et c'est précisément l'interaction entre ces deux disciplines qui en a influencé le développement réciproque comme le montrent de façon très claire les travaux de Moreno Andreatta, dont la partie théorique s'accompagne toujours par une étude computationnelle des possibilités d'intégration dans de langages de programmation pour l'analyse musicale assistée par ordinateur.

Ceci étant, afin d'établir mon rapport j'ai essayé de répondre aux questions suivantes concernant le domaine analysé:

- (1) Les résultats obtenus sont-ils intéressants pour les applications au domaine musical?
- (2) Le candidat aurait-il pu obtenir ces résultats s'il n'avait pas été mathématicien?
- (3) Le dossier présenté assure-t-il la capacité à diriger des recherches sur ces sujets ?
- (4) Le fait que cette discipline puisse se développer est-il intéressant pour la communauté mathématique?

N'étant pas un musicien, afin de donner une réponse au premier point je dois faire confiance aux experts musicologues qui semblent donner une réponse nettement positive.

Pour répondre au deuxième point, il s'avère nécessaire de rentrer un peu plus en détail dans les travaux présentés. Pour cela je ferai une courte description de six travaux parmi ceux qui ont été joints au dossier. Ces travaux correspondent aux six problèmes principaux sur lequel le candidat a travaillé, à savoir:

- (1) Séquences périodiques
- (2) Canons rythmiques mosaïques et factorisation de groupes
- (3) Théories transformationnelles et approches catégorielles
- (4) Théories diatoniques et modélisation algébrique via la Transformée de Fourier Discrète
- (5) Block design
- (6) Aspects philosophiques de la formalisation algébrique en musique

1) *On some properties of periodic sequences in Anatol Vieru's modal theory*, Tatra Mountains Mathematical Publications, 23, 2001, 1-15 (en collaboration avec D. Vuza)

Dans ce premier travail l'auteur applique la décomposition en p -groupes du groupe cyclique d'ordre n et le Lemme de Fitting pour les \mathbb{Z} -modules au travail du compositeur Vieru en formalisant mathématiquement ses *modes* vus comme de suites à valeurs dans un groupe $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$. En particulier il est démontré que chaque séquence périodique est une somme d'une séquence réductible et d'une séquence reproductible (selon la terminologie de Vieru).

L'auteur caractérise également d'un point de vue algébrique aussi bien les suites reproductibles que celles réductibles. Il est intéressant de remarquer que les constructions théoriques décrites dans cet article ont donné lieu successivement à des modèles informatiques ouvrant la voie à une utilisation de la part de compositeurs et musicologues. Cette implémentation, réalisée dans OpenMusic, le langage de programmation développé

à l'IRCAM, montre comme les travaux théoriques du candidat ont suscité de collaborations intéressantes avec les informaticiens de l'équipe Représentations Musicales, comme le témoigne un article successif qui complète idéalement ce premier travail tout en ouvrant des perspectives très intéressantes sur les aspects computationnels de l'approche algébrique (voir *On some theoretical and computational aspects of Anatol Vieru's periodic sequences*, *Soft Computing*, sept. 2004, 8(9), 588-596, en collaboration avec D. Vuza et C. Agon).

2) *On group-theoretical methods applied to music: some compositional and implementation aspects*, *Perspectives in Mathematical and Computational Music Theory*, G. Mazzola, T. Noll et E. Lluís-Puebla (eds.), Electronic Publishing Osnabrück, Osnabrück, 2004, 169-193.

Ce deuxième travail est un travail de type *Survey* dans lequel l'auteur considère la naissance de la notion de groupe en théorie et pratique de la musique. En particulier, l'auteur trace le chemin qui mène de la conjecture de Minkowski sur le pavage de \mathbb{R}^n avec de cubes congruents (ce qui est déjà une traduction de la conjecture originaire de théorie des nombres) à sa résolution de la part de Hajos en termes de factorisations d'un groupe abélien, à l'application de la théorie des groupes (de Hajos et non-Hajos) à la construction et classification de canons rythmiques mosaïques. Il est important de remarquer que la caractérisation des sous-ensembles de $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ susceptibles d'être le rythme interne d'un canon est étroitement liée à la conjecture spectrale de Fuglede (toujours non résolue). Il a été en effet prouvé récemment que les deux problèmes s'expriment de façon similaire et qu'il est question dans les deux cas des deux conditions algébriques dont on ne sait toujours pas si elles sont suffisantes pour la résolution positive de la conjecture. Remarquons également que, aussi dans ce cas, le modèle algébrique des canons mosaïques a été successivement implémenté en OpenMusic, donnant accès, de cette manière, et pour certaines cardinalités du groupe que l'on veut factoriser, au catalogue complet des factorisations en sous-ensemble non périodiques, un résultat qui montre combien ces structures musicales sont rares (deux seules factorisations du groupe cyclique d'ordre 72 en sous-ensembles non périodiques, si l'on considère les solutions modulo une application affine).

3) *From a categorical point of view: K-nets as limit denotators*, *Perspectives of New Music*, 44(2), Août, 2006, 88-113 (en collaboration avec G. Mazzola)

Dans ce troisième travail on trouve une mathématisation rigoureuse de certaines constructions théoriques en analyse musicale telles que les réseaux de Klumpenhouwer (que l'on devrait plutôt appeler *diagrammes*, le terme *réseau* employé couramment dans les traductions françaises en musicologie pouvant prêter à confusion) et les graphes de transformation de Lewin. Ceux-ci sont vus comme des objets dans une catégorie dont les morphismes sont les applications entre de couples de diagrammes. La théorie des catégories peut être appliquée largement et de façon inductive, ce qui détermine une nouvelle approche dans l'analyse musicale de certaines œuvres contemporaines. Il s'agit, peut-être, du travail ayant un contenu mathématique d'une plus grande complexité parmi les travaux que le candidat a retenu comme représentatifs de son activité de recherche.

4) *A Generalisation of Diatonicism and the Discrete Fourier Transform as a Mean for Classifying and Characterising Musical Scales*, *Proceedings Conference MCM09*, Springer, 38, New Haven, 2009, 166-179 (en collaboration avec J. Junod, P. Audétat et C. Agon).

Ce quatrième travail concerne la classification des échelles de sept notes dans un tempérament égal d'une division de l'octave en 12 parties ou, plus en général, des échelles de d notes dans un tempérament de n notes.

Deux approches sont utilisées et confrontées. La première (de type tonal) offre une mathématisation rigoureuse de la cloche diatonique (Diatonic Bell) de Pierre Audétat, tandis que la deuxième fait usage de la transformée de Fourier discrète appliquée au cercle chromatique et souligne ainsi l'aspect atonal des représentations géométriques associées à l'étude du diatonicisme.

La première approche conduit à une classification de toutes les gammes et des modes associés, ordonnées linéairement selon leur distance par rapport à la gamme diatonique. La deuxième approche révèle de propriétés de symétrie de certaines gammes. Les deux méthodes montrent cependant quelques concordances.

5) *Musical experiences with Block Designs*, Proc. of the Proceedings Conference MCM09, Springer, 38, New Haven, 2009, 154-165 (en collaboration avec F. Jedrzejewski et T. Johnson)

Ce travail montre comment un problème théorique concernant la succession d'accords qui avait été posé par le compositeur Tom Johnson se prête à une formalisation avec les instruments de l'algèbre combinatoire issus de la théorie des block designs. L'aspect intéressant c'est l'interplay entre algèbre et géométrie, l'approche combinatoire étant toujours étroitement lié aux représentations géométriques des progressions d'accords. On retrouve ainsi des constructions bien connues par les mathématiciens, tel le plan de Fano, mais qui montrent que les problèmes posés par les compositeurs dépassent largement le cadre de la géométrie euclidienne et touchent ainsi à d'autres géométries, comme par exemple, la géométrie projective.

6) *Mathématiques, Musique et Philosophie dans la tradition américaine: la filiation Babbitt/Lewin*, à paraître dans un numéro spécial de la Revue de Synthèse sur *Mathématiques, Musique et Philosophie* (codirigé par le candidat)

Ce dernier travail a une nature très différente. Il s'agit d'un examen minutieux ayant un caractère philosophique du développement (de Babbitt à Lewin) de la réflexion théorique de la part des musicologues américains sur la formalisation des structures musicales et sur les liens et les filiations correspondantes que cette réflexion engage avec le positivisme. En réalité l'analyse philosophique des positions théoriques de Babbitt et Lewin n'est qu'un prétexte pour développer une réflexion tout à fait originale de la dimension philosophique en jeu dans la formalisation algébrique. N'étant pas philosophe, je laisse à d'autres experts en philosophie des mathématiques (et de la musique) la tâche de juger l'intérêt épistémologique de cette nouvelle proposition philosophique.

Ce court examen montre clairement la variété des problèmes mathématiques abordés par Moreno Andreatta, problèmes qu'on peut néanmoins ramener à une même matrice, à savoir la formalisation algébrique. De plus, je pense qu'il est évident que c'est impossible de maîtriser le domaine sans une compétence mathématique.

L'interprétation de certains phénomènes musicaux via le Lemme de Fitting et d'autres exemples, comme la conjecture de Minkowski/Hajos ou de Fuglede, montrent clairement

comment Moreno Andreatta a tiré profit de sa formation de mathématicien pour traduire de façon lucide les problèmes musicaux en termes mathématiques et pour manier des outils d'algèbre ou d'analyse fonctionnelle afin de les résoudre. Il est évident que sans une présence contemporaine d'une bonne connaissance musicale et d'une bonne culture mathématique tout cela aurait été impossible.

De plus, un autre aspect à mon avis intéressant des travaux de Moreno Andreatta est que les applications musicales fournissent une sorte de *va et vient* entre la musique et les mathématiques. Bien que cet aspect qu'on peut définir de *retour* est présent un peu partout dans l'œuvre du candidat (et soit un aspect d'un grand stimulus pour les musiciens et les mathématiciens), un exemple à mon avis prototypique est sans doute celui de la conjecture de Fuglede. Le candidat a interprété celle-là en termes musicaux et il a montré que les constructions musicales peuvent stimuler les mathématiciens dans leur tentative de résoudre de conjectures toujours ouvertes en mathématiques. A ce propos, j'aimerais signaler l'initiative de publier un numéro spécial du Journal of Mathematics and Music consacré aux résultats les plus récents autour du rapport entre problèmes musicaux et Conjecture de Fuglede. Ce numéro, coédité par Andreatta, témoigne de la richesse de ces recherches pour le travail mathématique le plus contemporain.

À mon avis l'originalité qui émerge de l'examen de tous ces travaux n'est pas celle des simples résultats, chose qui n'est souvent pas nécessaire dans un domaine d'interaction des mathématiques, mais plutôt celle du point de vue adopté par le candidat par rapport aux problèmes théoriques abordés. Grâce à une énorme capacité de synthèse et de mise en relation entre des domaines différents des mathématiques (et de la musique), Moreno Andreatta a réussi à mettre en relation des applications très diverses: c'est précisément ce pouvoir catalyseur qui fait de Moreno Andreatta un sujet très adapté pour orienter et diriger les jeunes dans leur recherche en ce domaine.

En effet le fait d'avoir mis en évidence un *va et vient* en ce qui concerne les problématiques entre les deux disciplines, la mathématique fournissant les outils pour une démarche de formalisation de modèles compositionnels en donnant lieu ainsi, à travers cette formalisation, à la naissance de problèmes abstraits, qui ne sont pas reliés de façon étroite au modèle de départ, ceci me semble un aspect tout à fait non négligeable qui émerge clairement des travaux de Moreno Andreatta.

En effet, en schématisant un petit peu, on peut remarquer que le mécanisme utilisé dans certains travaux présentés est le suivant: dans un premier moment il y a la construction d'un modèle mathématique apte à décrire un phénomène musical; ensuite le travail proprement mathématique qui fait abstraction de toute interaction; finalement le retour vers un contexte musical pour une vérification des résultats obtenus. Pour donner un exemple lié à ce mécanisme, j'aimerais citer un commentaire d'un commissaire à la fin de la présentation d'un mémoire de Master sur mathématiques et musique codirigé par Moreno Andreatta: ce mémoire aurait pu être écrit par un sourd! Ce commentaire résume à mon avis le fait que le sujet avait été traité de façon formelle et mathématique, indépendamment de toute implication des théories examinées au niveau de la perception musicale. En réalité, comme Moreno Andreatta l'explique dans son mémoire de synthèse, on peut (et on a tout l'intérêt) à se poser également des questions au niveau de la perception musicale, mais il

s'agit, me semble-t-il, plus de retombées d'un travail de formalisation mathématique que d'une véritable théorisation des mécanismes cognitives et perceptives.

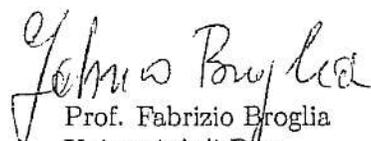
Il me semble donc qu'aux questions 3 et 4 on peut donner une réponse largement positive. Mais j'aimerais ajouter une considération sur la figure de Moreno Andreatta qui découle de la lecture du mémoire de synthèse ainsi que du Curriculum Vitae et d'expériences personnelles de collaboration.

Ce n'est pas possible de ne pas souligner l'activité volcanique du candidat visant à favoriser la diffusion et la germination de ces idées (direction de revue, organisation de colloques, conférences dans de lieux les plus différents, cours dans plusieurs formations doctorales ...). Par expérience personnelle, uniquement à l'Université de Pisa où je travaille, Moreno Andreatta a organisé deux Colloques Internationaux, a assuré un cours de doctorat de 30 heures et a codirigé deux mémoires de Master.

En résumant, aussi bien pour les résultats obtenus que pour toutes ces motivations et pour la compétence dans le domaine, je pense que Moreno Andreatta a des qualités tout à fait adaptées pour diriger des étudiants dans la recherche en ce domaine d'application des mathématiques, un champs d'étude qui n'est qu'à son début et que je considère d'une grande potentialité et dans lequel Moreno Andreatta est incontestablement un acteur reconnu au niveau international.

Pour toutes ces raisons, je soutiens avec conviction et sans aucune réserve la candidature de Moreno Andreatta pour le titre de docteur Habilité à Diriger les Recherches.

Pisa, le 30 septembre 2010


Prof. Fabrizio Broglia
Università di Pisa
Dipartimento di Matematica

E. WESTHOF
Vice-Président Recherche
et Formation Doctorale

