

Rapport sur le dossier d'Habilitation à Diriger des Recherches (HDR)

de Moreno Andreatta

Frédéric Patras

Septembre 2010.

Moreno Andreatta est Chargé de Recherche au CNRS, affecté à l'IRCAM/CNRS UMR 9912 (STMS) dans l'équipe de Représentations Musicales. Ses travaux s'inscrivent résolument dans un contexte interdisciplinaire, majoritairement à l'interface entre musique et mathématiques, mais avec une ouverture réelle, intéressante et importante (à la fois intrinsèquement et du point de vue de ses propres recherches) vers la philosophie et l'épistémologie et vers les sciences cognitives. Le titre de son mémoire d'Habilitation témoigne d'ailleurs de ces choix thématiques : "*Mathematica est exercitium musicae: la recherche mathémusicale et ses interactions avec les autres disciplines.*"

Pour prendre en compte les différentes dimensions de ces travaux, ce rapport sera structuré en trois parties : compte-tenu tout d'abord du caractère interdisciplinaire du dossier, une première partie "contextuelle" sur la recherche en mathématiques musicales, ses enjeux, et le rôle qu'y joue M. Andreatta, une deuxième partie axée sur les mathématiques mobilisées dans ces recherches, une troisième partie sur leurs implications philosophiques et la ligne de recherche correspondante.

En dépit des origines (grecques) bien connues des rapports entre musique et mathématiques, voire entre celles-ci et la philosophie, en dépit de connexions historiques multiples, en dépit du profond renouveau très conceptuel et mathématique des théories musicales au vingtième siècle, en dépit enfin des aspects computationnels qui se manifestent dans les divers logiciels d'assistance à la composition ou d'analyse musicale, le lien institutionnel entre les deux disciplines reste assez faible -une constatation qui semble d'ailleurs vraie pour tout ce qui est des rapports entre mathématiques et art contemporain. C'est dans cet horizon que s'inscrit le travail de Moreno Andreatta, qui vise à la fois à formuler en termes mathématiques plusieurs questions musicales, largement issues de la pratique et la production moderne et contemporaine, et à utiliser les outils des mathématiques modernes pour élaborer de nouveaux paradigmes pour l'analyse et la composition.

Ce va-et-vient entre deux univers théoriques requiert, pour être mené à bien, un terrain favorable. Si l'IRCAM est un lieu d'accueil par excellence pour ces travaux, il leur faut par ailleurs comme support ce qui fait le quotidien du travail de recherche : séminaires, revues, collections. C'est, dans le dossier de M. Andreatta, un des éléments qui frappe d'emblée, que son aptitude à créer et contribuer à créer ces instruments de travail : entre autres,

-participation à la création du *Journal of Mathematics and Music*

-vice-présidence de la *Society of Mathematics and Computation in Music*

-co-direction de deux nouvelles collections

-co-création du Séminaire Mamuphi (dont la notoriété est établie dans le milieu mathématique).

Cette liste, qui doit être augmentée d'un travail d'encadrement (master et doctoral) témoigne largement de la reconnaissance du statut, du rôle, et de la maturité scientifique de M. Andreatta, ainsi que de la dynamique actuelle du sujet, en pleine évolution, avec de réels enjeux en termes de formation et d'encadrement (doctoral, mais pas seulement).

Au niveau mathématique, on rappellera en préambule de ce qui suit que la nouvelle classification de l'AMS (2010 Mathematics Subject Classification) contient désormais une section Mathématiques and Musique (00A65). Les aspects informatiques jouent également un rôle important, à la fois dans le domaine et dans le travail qui fait l'objet du mémoire d'HDR ; on se contentera d'en signaler ici la présence et l'implémentation logicielle effective de plusieurs idées figurant dans le mémoire (set-théorétiques ou algébriques).

Le travail mathématique de M. Andreatta se répartit entre la théorie des ensembles, l'algèbre et théorie des groupes (groupes cycliques en particulier, et autres groupes agissant sur les hauteurs, les éléments mélodiques, etc, dans un contexte tempéré ou microtonal) et les aspects transformationnels qui s'inscrivent dans le contexte de la théorie des catégories. Ces trois composantes reflètent le mouvement des mathématiques du vingtième siècle, évoluant du paradigme ensembliste (Frege, Russell...) au structuralisme algébrique (Bourbaki), puis à la théorie des catégories et des topoi. Il est significatif de voir comment ces différents paradigmes ont pu nourrir la réflexion musicale et les problèmes que celle-ci pose, en retour, dans les travaux de M. Andreatta, aux mathématiciens.

Les résultats qui font l'objet du mémoire d'HDR se répartissent entre:

-La théorie des ensembles de classes de hauteurs. L'enjeu mathématique relève ici de la combinatoire énumérative (il s'agit de classifier les structures correspondantes), une action de groupe donnée jouant le rôle de "paradigme" musical (l'action du groupe cyclique correspondant par exemple à une transposition musicale). Le travail de M. Andreatta (en partie en collaboration avec G. Mazzola) a ici deux composantes principales : un moment de formalisation (d'algébrisation) -pour les structures microtonales, la multiplication d'accords, l'analyse transformationnelle...- et un moment énumératif (dont la difficulté tient à la taille des objets et à leur codage). On signalera en particulier l'analyse algébrique des structures intervalliques (structures idempotentes de Vuza...) qui présente des analogies formelles avec certaines techniques développées ces dernières années dans l'étude d'algèbres de nature combinatoire.

-La théorie transformationnelle. Il s'agit ici d'analyser une oeuvre (dynamiquement -déroulement temporel- ou géométriquement -structure globale des transformations musicales: transpositions...) en découpant la partition par recouvrements (les sous-ensembles du recouvrement

ayant vocation à se correspondre au travers de transformations musicales). L'apport principal réside ici dans une approche catégorielle, des notions naturelles comme celle de limite de catégories de diagrammes permettant de classifier des objets comme les réseaux de Klumpenhouwer (K-réseaux).

-L'étude des canons rythmiques. On retrouve ici la double démarche "paradigmique"/computationnelle, avec d'un côté une analyse du problème par la théorie des groupes (qui a permis à M. Andreatta d'établir des relations avec la conjecture de Minkowski sur les pavages de l'espace par des cubes unités), de l'autre des résultats explicites (cas du groupe cyclique $Z/72Z$).

-La théorie des séquences mélodiques périodiques. Le résultat principal est un très joli théorème de décomposition affirmant, en langage musical, qu'une séquence modale est décomposable de façon unique comme somme d'une séquence réductible et d'une séquence reproductible. M. Andreatta note que le théorème, obtenu en 2001, s'est avéré être un cas particulier du Lemme de Fitting, mais cela n'ôte rien aux qualités du travail et de l'article (écrit avec Vuza).

-La classification d'accords sous l'action du groupe diédral (relation Z et relations Z généralisées) : les travaux avec J. Mandereau, D. Ghisi, E. Amiot, C. Agon proposent une définition générale du problème de récupération de la phase (reconstruction d'une structure musicale à partir du contenu intervallique).

-On signalera enfin l'étude des théories diatoniques (problème de l'extension des gammes majeures/mineures, par exemple dans un système microtonal) et celle des block designs.

Ces différents travaux ont donné lieu à des publications, dans des journaux à comité de lecture ou Proceedings.

L'une des parties du mémoire, assez limitée dans son extension, mais très intéressante, concerne enfin les liens mathématiques/musique/philosophie. M. Andreatta y développe des thèses qui mettent en relation, de façon très naturelle (et donc convaincante) le processus de développement des mathématiques et leur épistémologie avec ses correspondants théoriques et métathéoriques musicaux. En particulier, il est frappant de voir comment le processus allant, pour ce qui est des fondements et de la méthodologie mathématique, de la théorie des ensembles à la théorie des catégories en passant par l'algèbre moderne post-noethérienne et bourbakiste, a des correspondants musicaux (dont on voit bien la manifestation actuelle dans les recherches d'un G. Mazzola, par exemple).

L'analyse de ces analogies se déroule en plusieurs moments. Tout d'abord, le constat d'une influence directe du positivisme logique dans l'émergence d'un paradigme mathématique en théorie de la musique aux Etats-Unis. L'analyse du discours de la tradition américaine montre que cela va au-delà de ce que l'on pourrait naïvement attendre (par exemple à partir de l'approche à la théorie de

la musique par la théorie des ensembles), mais indique aussi un dépassement naturel -qui tient sans doute aux objets musicaux mêmes- de cette approche réductionniste en direction des structures sous-jacentes, un peu à la manière dont l'algèbre moderne s'est imposée comme organon de la pensée mathématique dans les années 30.

M. Andreatta mobilise, pour cette analyse, des concepts nés dans le cadre de l'épistémologie française, comme avec les travaux de Gilles-Gaston Granger, mais il y a sans doute là un champ de débats assez large, la plupart des épistémologies liées au structuralisme et à la phénoménologie (Vuillemin, Desanti) pouvant être sollicitées.

L'autre moment intéressant de l'analyse tient à la possible parenté épistémologique de l'analyse transformationnelle avec le dépassement du structuralisme mathématique classique en direction de la théorie des catégories -parenté sur laquelle la phénoménologie, classique et contemporaine a sans doute son mot à dire (M. Andreatta cite très à propos les travaux récents de J. Benoit sur la possibilité de penser phénoménologiquement la "dynamique des concepts" au-delà de la "statique" implicite dans les travaux Husserliens des années 1920/1930).

En conclusion, M. Andreatta, de par ses travaux publiés, ses activités pédagogiques, éditoriales et académiques, apparaît comme une référence incontournable et reconnue en France dans le domaine des Mathématiques musicales.

Je donne un avis très favorable à son HDR.

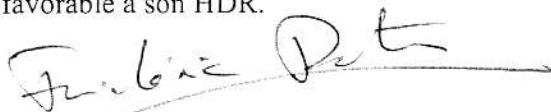
Frédéric Patras,

Directeur de Recherche, CNRS

Université de Nice,

Parc Valrose,

06102 Nice cedex 8



E. WESTHOF
Vice-Président Recherche
et Formation Doctorale